機械学習における再帰的ステップサイズパラメータ調整法を用いた価格変動の分析

Price Fluctuation Analysis Using Recursive Adaptation of Stepsize Parameters for Machine Learning

松井 宏樹[*1] Hiroki Matsui　野田 五十樹[*2] Itsuki Noda　尹 熙元[*1] Hiwon Yoon

[*1]株式会社シーエムディーラボ
CMD Laboratory Inc.

[*3]産業技術総合研究所情報技術研究部門
Information Technology Research Institute, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology

In this paper, we analyze the kind of price changes using recursive adaption of stepsize paremeters for machine learnings. We also show finding trends as experimental results of price fluctuation analysis using the proposed method.

1. はじめに

金融市場ではその価格が様々な理由で常に変動しつづけている．市場参加者は，価格の変化を観測することでそれが本質的な変化なのか，あるいはノイズによるゆらぎなのか判断することが可能であろうか．

本稿では，野田が提案した動的環境における強化学習のステップサイズパラメータ調整法 [野田 08] を株式市場のティックデータに適用することで，株価変動の性質を分析することを試みた．

2. 動的環境における強化学習ステップサイズパラメータ調整法

本章では，本研究で使用する手法について説明する．

2.1 強化学習におけるステップサイズパラメータ

強化学習 [Sutton 98] とは未知の環境において状態を観測し，行動を決定するということを繰り返す過程で，得られた報酬を元に選択した行動の価値を推定する学習手法である．この価値の推定で用いられる式を一般化すると，下記のような指数平滑移動平均 (Exponential Moving Average, EMA) の式で表される．

$$\tilde{x}_{t+1} = (1-\alpha)\tilde{x}_t + \alpha x_t \tag{1}$$

ここで x_t および $\tilde{x}_t$ は，行動によって実際に観測された値（報酬など）およびその推定値であり，時刻 t により更新されていく．α が本稿で着目する**ステップサイズパラメータ**（学習率）であり，直近の観測値 x_t をどれだけ重視するか，あるいはどの程度長い時間の移動平均として推定値 $\tilde{x}_t$ を求めるかを示す値である．一般に，式 (1) で求められる $\tilde{x}_t$ は，x_t について $T = \frac{2}{\alpha} - 1$ の期間の単純移動平均を近似していることが知られている．

2.2 再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ勾配降下法 (RASP)

本研究では，株価の時系列データに対して**再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ勾配降下法**（Recursive Adaption of Stepsize Parameters, RASP）を適用する．各ティック時刻において観測された株価をもとに，RASP を用いて適宜ステップサイズパラメータの調整を行い，調整されたステップサイズパラメータから変動の性質を分析する．

以下に，RASP について簡単に説明する．RASP の詳細については，文献 [野田 08, 野田 09] を参照されたい．

まず，式 (1) を再帰的に適用した再帰的指数平滑移動平均 (Recursive Exponential Moving Average, REMA) $\xi_t^{\langle k \rangle}$ を導入する．

$$\begin{aligned}
\xi_t^{\langle 0 \rangle} &= x_t \\
\xi_t^{\langle 1 \rangle} &= \tilde{x}_t = (1-\alpha)\tilde{x}_t + \alpha x_t \\
\xi_t^{\langle k \rangle} &= (1-\alpha)\xi_{t-1}^{\langle k \rangle} + \alpha \xi_{t-1}^{\langle k-1 \rangle} \\
\xi_{t+1}^{\langle k \rangle} &= \alpha \sum_{\tau=0}^{\infty} (1-\alpha)^{\tau} \xi_{t-\tau}^{\langle k-1 \rangle}
\end{aligned} \tag{2}$$

このとき EMA$\tilde{x}_t$($k = 1$ の REMA) の k 階偏微分は，以下の式で与えられる．

$$\frac{\partial^k \tilde{x}_t}{\partial \alpha^k} = (-\alpha)^{-k} k! (\xi_t^{\langle k+1 \rangle} - \xi_t^{\langle k \rangle}) \tag{3}$$

再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ勾配降下法 (RASP) は，式 (3) により求まるステップサイズパラメータ α による $\tilde{x}_t$ の高階導関数を用いた誤差 $\delta_t (= \tilde{x}_t - x_t)$ の二乗平均を逐次的に極小化する勾配降下法である．

具体的には，以下の手順で学習を行う．

連絡先: 松井宏樹：matsui@cmdlab.co.jp
野田五十樹：I.Noda@aist.go.jp
尹熙元：yoon@cmdlab.co.jp

初期化: $\forall k \in \{0 \dots k_{\max}-1\} : \xi^{\langle k \rangle} \leftarrow x_0$
while forever **do**
  観測データを x とする.
  for $k = k_{\max}-1$ to 1 **do**
    $\xi^{\langle k \rangle} \leftarrow (1-\alpha)\xi^{\langle k \rangle} + \alpha\xi^{\langle k-1 \rangle}$
  end for
  $\xi^{\langle 0 \rangle} \leftarrow x$
  $\delta \leftarrow \xi^{\langle 1 \rangle} - x$
  $\frac{\partial \xi^{\langle 1 \rangle}}{\partial \alpha}$ を式 (3) により求める.
  δ および $\frac{\partial \xi^{\langle 1 \rangle}}{\partial \alpha}$ から, α の変化分 $\Delta\alpha$ を決定.

  for $k = 1$ to $k_{\max}-1$ **do**
    $\Delta\xi^{\langle k \rangle}$ を求める.

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{x}_t &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!}\frac{\partial^k \tilde{x}_t}{\partial \alpha^k}\Delta\alpha^k \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k {\frac{\Delta\alpha}{\alpha}}^{k} (\xi_t^{\langle k+1 \rangle} - \xi_t^{\langle k \rangle})\end{aligned}$$

    より,
    $\xi^{\langle 1 \rangle} \leftarrow \xi^{\langle 1 \rangle} + \Delta\tilde{x}$

$$\Delta\xi_t^{\langle k \rangle} \simeq k \frac{\Delta\alpha}{\alpha} (\xi_t^{\langle k \rangle} - \xi_t^{\langle k+1 \rangle})$$

    より,
    $\xi^{\langle k \rangle} \leftarrow \xi^{\langle k \rangle} + \Delta\xi^{\langle k \rangle}$
  end for

  $\alpha \leftarrow \alpha + \Delta\alpha$
end while

RASP には, α を比較的大きく連続的に動かしても高階導関数が求められるために, $\tilde{x}_t$, δ_t の変化分を精度よく近似できる特徴がある.

α は RASP によって, 観測された値へ追随するべきときは大きく, 値の変動がノイズによる場合は観測値に影響されないよう小さくなる. 入力される観測値がランダムウォークとそれと独立なノイズから構成されている場合, 誤差 δ_t の二乗平均を最小にする α は, ランダムウォークの変化の標準偏差 σ_v とノイズの標準偏差 σ_ϵ の比 $\gamma = \frac{\sigma_v}{\sigma_\epsilon}$ で表される.

$$\alpha = \frac{-\gamma^2 + \sqrt{\gamma^4 + 4\gamma^2}}{2} \tag{4}$$

このことより, 求められた α によって観測された値の変動が本質的なものかノイズによるものか, その性質の判別が可能である.

3. 実験

3.1 実験方法と使用データ

前章で述べた手法を株式市場のティックデータに適用する実験を行った. 対象としたデータは, 2009 年 4 月 3 日現在の日経平均 225 銘柄の 2008 年 6 月の東京証券取引所における株価のティックデータである.

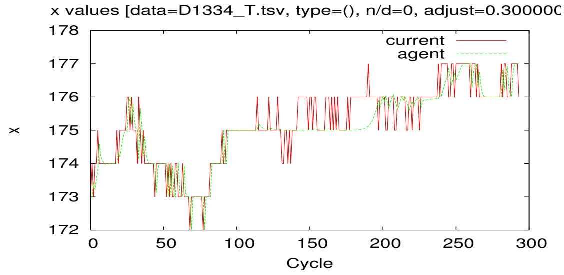
実験は, 価格 x_t そのものを観測値として行った.

3.2 実験結果

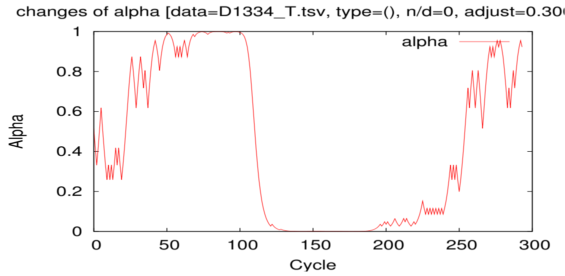
代表的な実験結果を図 1–4 に示す.

α は多くの場合, 1 に近い値を取り, 実際の価格に追随する様子が見られた

ただし, 価格が一定の範囲で変動する持ち合い相場を形成した際には, α が小さくなった. 図 1 の 150 ティック周辺, 図 2

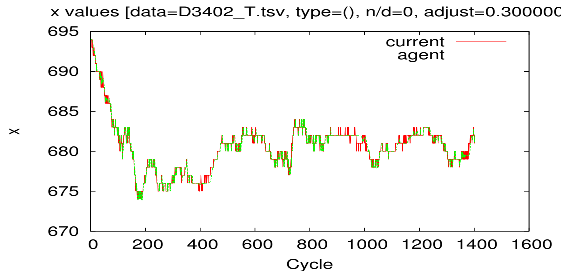


(1) 実際の価格と予測値

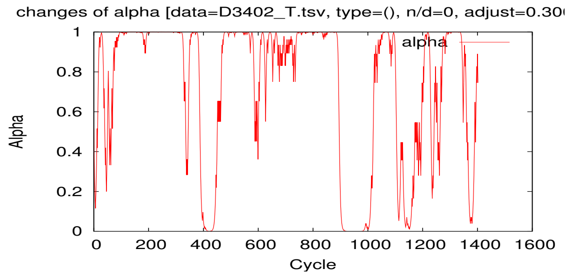


(2) 価格による α の学習

図 1 2008/06/02 マルハニチロホールディングスのティックデータを用いた実験結果

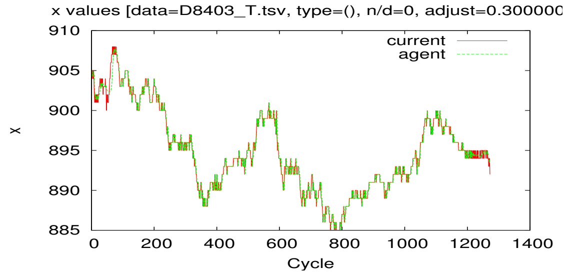


(1) 実際の価格と予測値

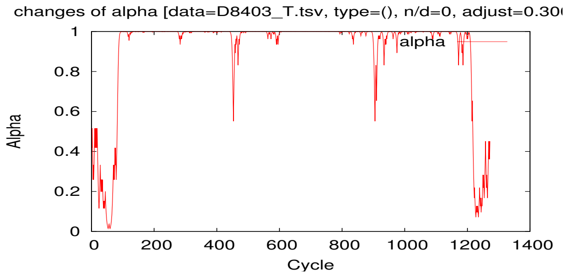


(2) 価格による α の学習

図 2 2008/06/02 東レのティックデータを用いた実験結果

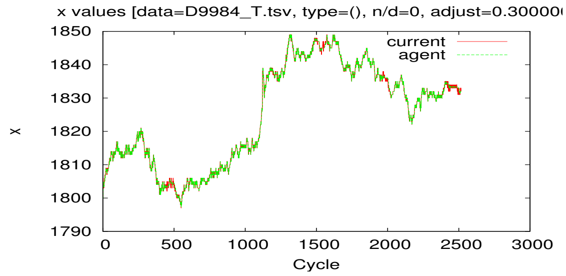


(1) 実際の価格と予測値

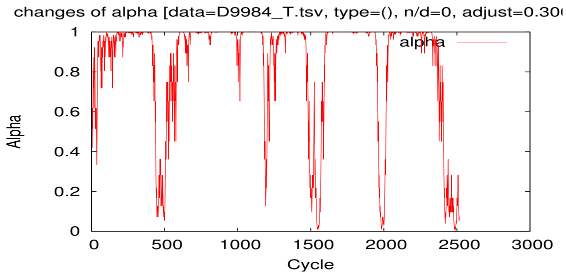


(2) 価格による α の学習

図 3 2008/06/05 住友信託銀行のティックデータを用いた実験結果



(1) 実際の価格と予測値



(2) 価格による α の学習

図 4 2008/06/26 ソフトバンクのティックデータを用いた実験結果

表 1 ステップサイズパラメータとトレンド

	サンプル数	α	d	CV
$\alpha \geq 0.5$	3114836	0.959	2.36	0.082 %
$\alpha < 0.5$	975926	0.123	4.21	0.11 %

学習による揺らぎがある初期 100 ティック以降を対象とした．

の 900 ティック周辺，図 3 の 1200 ティック以降および図 4 の 500 ティック周辺が代表的な例として挙げられる．これは，持ち合い相場では本質的な値は変化せずに，その周辺でノイズ的な要因で価格が揺らいでいると解釈できる．

しかし，図 3 の 300 ティック周辺のように一見，持ち合い相場に見える価格変動でも α がほとんど変化していない事例もあり，どのような要因でこの違いが現れるかについては調査が必要である．図 3 の 300 ティック周辺のケースは，前後に価格が大きく変化しており，下降トレンドが終わっていないと認識されている可能性がある．

3.3 ステップサイズパラメータとトレンド

上記の実験結果から，調整された α は価格のトレンドを捉える指標として利用できることが考えられる．そこで，価格のトレンドを評価する方法として伝統的な単純移動平均の変化と比較した．

実験に使用したデータの各ティックを $\alpha = 0.5$ を閾値として 2 つのグループに分類し，各グループの移動平均線の変化率 $|d|$ および価格の変動係数 CV の平均値と比較する．移動平均の期間は 10 ティックとした．

$$
\begin{aligned}
|d(t)| &= \frac{\mathrm{MA}(t) - \mathrm{MA}(t-10)}{\mathrm{MA}(t)} \\
\mathrm{CV}(t) &= \frac{\sqrt{\sigma}}{\mathrm{MA(t)}}
\end{aligned}
$$

結果を表 1 に示す．結果は，持ち合い相場による価格の変化が小さくなると思われた α が小さいグループの方が変化率，変動係数ともに大きかった．移動平均は，小さな揺らぎの影響を受けにくいが，逆に値が大きく動く場合でも値の変化に遅れて追随する特徴がある．本研究で提案した手法でも図 1 の 190 ティック周辺のように遅れが見られる．遅れ方の違いが結果が異なる原因となった可能性が考えられる．ここでは移動平均の期間を 10 ティックとしたが，期間のとり方によって結果が変わる可能性が考えられる．

4. 関連研究

金融市場の価格変動を対象とした研究は，従来から多く行われている．価格変動 Δx の確率密度分布 $p(\Delta x)$ は正負に対称的であるが，同じ平均と分散を持つ正規分布と比較して 0 近傍のピークが鋭く，裾が厚い分布を示すことが知られている [高安 01]．

中島は，東証株価指数 (TOPIX) の変動を対象に相関次元分析を行い，その性質がホワイトノイズのような確率論的時系列と決定論的時系列の中間にあるとみなすことができることを示した [中島 99]．

また，水野らは物理学的手法により価格変動にポテンシャルの考え方を導入し，過去の値動きから価格が大きく変動しやすい状況にあるか，安定し変動しにくい状況にあるかを判定する基準を提案している [Mizuno 07]．

5. おわりに

本稿では，株価の時系列データに対して強化学習におけるステップサイズパラメータを調整する，再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ勾配降下法 (RASP) を適用し，その結果から株価変化の性質の分析を試みた．実際の株価を入力とした実験では，α の低下により持ち合い相場と対応する例を示した．

また，α がトレンドを捉えるものとして，単純移動平均の変化率との比較を行った．こちらは，α が小さいときにトレンドが小さくなるという前述の結果と逆の結果となった．この点については，移動平均の期間の変化により結果が変化するかなど追試が必要である．

本稿では，α の性質について，移動平均との比較によって評価を試みたが，評価基準を定めた統計的な評価を行うことは課題である．

参考文献

[Mizuno 07] Mizuno, T., Takayasu, H., and Takayasu, M.: Analysis of price diffusion in financial markets using PUCK model, *Physica A*, Vol. 382, pp. 187–192 (2007)

[中島 99] 中島 義裕：経済現象に見られる決定論的性質と確率論的性質の両義性, 情報処理学会論文誌「数理モデル化と応用」, Vol. 40, No. 9, pp. 102–110 (1999)

[野田 08] 野田 五十樹：動的環境における強化学習のステップサイズパラメータ調整法, 合同エージェントエージェントワークショップ&シンポジウム 2008 (JAWS2008) (2008)

[野田 09] 野田 五十樹：変化する環境に対するステップサイズパラメータオンライン調整法, 情報処理学会第 71 回全国大会予稿集 (2009)

[Sutton 98] Sutton, R. S. and Barto, A. G.: *Reinforcement Learning: An Introduction*, MIT Press (1998)

[高安 01] 高安 秀樹, 高安 美佐子：エコノフィジックス 市場に潜む物理法則, 日本経済新聞社 (2001)

[Tokyo Stock Exchange 04] Tokyo Stock Exchange, : *Guide to TSE Trading Methodology*, Tokyo Stock Exchange, 3rd edition (2004)