

協調の進化における協力者の空間分布の変化

Temporal Variation of the Spatial Distribution of Cooperators on the Evolution of Cooperation

塚本 鋭*¹

Ei Tsukamoto

白山 晋*²

Susumu Shirayama

*¹ 東京大学大学院工学系研究科
School of Engineering, the University of Tokyo

*² 東京大学人工物工学研究センター
RACE, the University of Tokyo

Several factors that allow cooperation to evolve on scale-free networks have been studied, and the mechanisms are confirmed by theoretical works and numerical simulations. However, influence of the power law exponents to the evolution of the cooperation has not always been checked. In order to clarify the influence, we observe temporal variation of the spatial distribution of cooperators when the cooperation evolves on scale-free networks in this paper.

1. はじめに

協力と抗争のメカニズムを解明するための方法論として、囚人のジレンマは様々な分野で注目を集めている。生物学や経済学、社会学などの分野においては利他的現象の解析に用いられており、研究例も多い。この中で、複数の行動主体間の相互作用が注目され、繰り返し囚人のジレンマにネットワーク構造を導入した空間囚人のジレンマ (SPD: Spatial Prisoner's Dilemma) の研究が始められた [1]。近年では、モデルをより現実に近づけるために空間構造に複雑ネットワークを用いた研究が行われている。Santos らは Barabási-Albert (BA) モデル [2] を用いて初期ネットワーク構造にスケールフリー性を導入することで、協調が進化しやすくなることを示している [3]。Santos らの研究後、スケールフリー性について様々な検討がなされるようになる。Gomez らはスケールフリー性が協調を進化しやすくするメカニズムを考察している [4]。これらの研究では、スケールフリーネットワークを次数分布 $p(k)$ がベキ乗則 $p(k) \sim k^{-\gamma}$ (k は次数, γ はベキ乗指数) に従うネットワークと定義し、スケールフリー性をこの次数分布を有するネットワークの性質としている。しかしながら、既存研究ではベキ乗指数の影響が考慮されていない。比較的単純な原理で現象が説明できるため、それ以上の考察が必要とされないことが一因である。例えば、後述するモデルで SPD を扱う場合、スケールフリーネットワークでは、ハブ的なノードの周囲に一定数以上の協調戦略をとるノードがないとき、裏切戦略をとるノードに侵略されることは知られた事実の一つである。

一方、ネットワーク上のいくつかの現象はベキ乗指数に依存することが知られている [5]。我々は先行研究において、ベキ乗指数が協調の進化に与える影響について調べ、ベキ乗指数が小さくなると協調の進化が抑制されることや、協調の進化に適したベキ乗指数が存在することなどを明らかにした [6]。用いたネットワークは、ベキ乗指数、最低次数、最大次数を変更できるネットワークモデルから作成されたものである (本稿でも同じものを用いる)。クラスター係数や次数相関はほぼ 0 であり、他のネットワークの統計的指標の影響も少ないことを確認している。また、ハブ的なノードは重要な役割を担っているが、従来考えられているような単純なものではないことも示した。SPD においてもベキ乗指数は協調の進化に影響を与える

表 1: 囚人のジレンマゲームの利得行列

	協力	裏切
協力	1,1	0, T
裏切	T ,0	0,0

ため、SPD によって説明される現実の現象や事象を分析する際においても考慮すべき要素であるといえる。

先行研究 [6] で得られた結果をより深く理解するために、本稿では、協調戦略 (あるいは裏切戦略) をとるノードの空間分布に注目し、空間状態の違いからベキ乗指数が協調の進化に与える影響を考察する。

2. 提案手法とアルゴリズム

2.1 空間囚人のジレンマモデル

はじめに、下記の (a) のプロセスで初期構造と協力と裏切戦略をもつエージェントの初期配置を決める。次に、(b) と (c) を定められた回数分繰り返す。これを 1 回の試行と呼ぶ。また、本研究で用いる利得行列は表 1 である。 T を裏切への誘惑の度合いと呼ぶことにする。

- N 個のノードからなるネットワークを次節で述べる方法によって形成する。すべてのノードにエージェントを配置し、協力、あるいは裏切戦略を割り当てる。
- あるエージェントは、すべての隣接エージェントと対戦し、利得の合計として報酬を得る。
- エージェントは隣接エージェントの中で最高報酬を得たエージェントの戦略を模倣する。

2.2 初期ネットワークの形成

本研究では、ベキ乗指数を制御できるネットワークモデルとして Newman らが提案したコンフィギュレーションモデル [7] を用いる。ただし、重複の問題を解決するための改良を行っている [6]。また、文献 [6] で示した方法によって、 γ , k_{min} (最低次数), k_{max} (最大次数), $n_{k_{max}}$ (最大次数をもつノードの数) の 4 変数からコンフィギュレーションモデルに与えるス

連絡先: 塚本鋭, 東京大学大学院工学系研究科, 〒 277-8568
千葉県柏市柏の葉 5-1-5, tsukamoto@race.u-tokyo.ac.jp

ケールフリーネットワークの次数分布を構築する。ノード数 N , リンク数 M , 平均次数 $\langle k \rangle$ はこの4変数から求められる。なお, k_{min} が2以上の場合は, 作成されたネットワークのすべてに対して連結性が保たれていることを確認している。 k_{min} が1のとき, 場合によっては非連結の可能性がある。

2.3 空間分布の可視化

本研究では, 空間分布の可視化のために, 最大次数を持つノードをルートノードに選択し, 最小全域木を構成する。この木構造を直感的に示すために, Radical Tree Layout[8] を用いる。これにより, 大局的な協力者の空間分布が理解しやすくなる。

3. 実験結果と考察

3.1 数値実験のパラメータ

初期配置は協力と裏切を半数ずつランダムに配置する。裏切への誘惑の度合い T をジレンマゲームとして成立する範囲内で1.0から2.0まで0.04刻みで増加させ(26パターン), (b)と(c)を繰り返す。Santosらと同様に, n_t 回の繰り返しを行い (*transienttime*), その後の n_s ステップ分の協力者の割合を平均する[3]。本稿では, $n_t = 5000$, $n_s = 500$ とした。また, この平均の協力者の割合を p_c^1 で表す。さらに, 各パラメータで30回の施行を行い, p_c^1 の平均を求める。これを p_c とする。予備実験から p_c は T に依存することがわかったが, 今後の検討課題とし, 本稿では, T の影響について詳細な分析は行わない。このため, p_c を $T = 1.0$ から $T = 2.0$ までで平均することにした。この平均値を \bar{p}_c とし, \bar{p}_c によって協調の進化のしやすさを判断する。

ネットワークの生成パラメータを, $1.5 \leq \gamma \leq 5.3$ で0.2刻み, $1 \leq k_{min} \leq 6$ で1刻み, k_{max} は $15 \leq k_{max} \leq 50$ に対して5刻み, $50 \leq k_{max} \leq 100$ に対して10刻みとした。本稿では, $n_{k_{max}} = 1$ とする。これらの条件から $N \geq 20$ となる。また, 計算時間の制約から $N \leq 40000$ とした。結果として, 合計966個のネットワークに対して協力者の割合を調べることになる。

3.2 数値実験結果

図1にベキ乗指数 γ と協力者の割合の平均 \bar{p}_c の関係を示す。 γ を横軸とし, k_{min} によって色分けしている。また, $N \geq 1000$ の結果のみ(575個)を示している。図からは, 協調進化には最も適したベキ乗指数 γ が存在すること, その γ の値は k_{min} によって異なることがわかる。また, k_{min} によって挙動が分類されることから, k_{max} の影響が小さいことがわかる。

3.3 過渡的ダイナミクスと空間分布

協調の進化に最も適したベキ乗指数 γ がある理由を考察するために, 協調の進化の過渡的ダイナミクスに注目する。比較のため最小次数 k_{min} が等しく, ノード数 N がほぼ同じで, ベキ乗指数 γ の異なる3つのネットワークを用いる。それぞれの $(\gamma, k_{min}, k_{max}, n_{k_{max}})$ を $(2, 60, 1.7, 1)$, $(2, 25, 2.5, 1)$, $(2, 15, 3.3, 1)$ とする。次数分布を図2に示す。ここで, N_k は次数 k を持つノード数である。また, 表2にネットワークの統計的指標を示す。 L を平均頂点間距離, C をクラスター係数, r を次数相関を示す Assortativity[9] とする。

図3は, 横軸をステップ数 t , 縦軸を1回の施行における協力者の割合の時間変化 $p_c^1(t)$ である。典型的なものとして $T = 1.2$ のときのもの示している。図より, どのベキ乗指数 γ を持つネットワークにおいてもダイナミクス初期に $p_c^1(t)$ が減少していることがわかる。 $p_c^1(t)$ が減少した後, 協力者が生

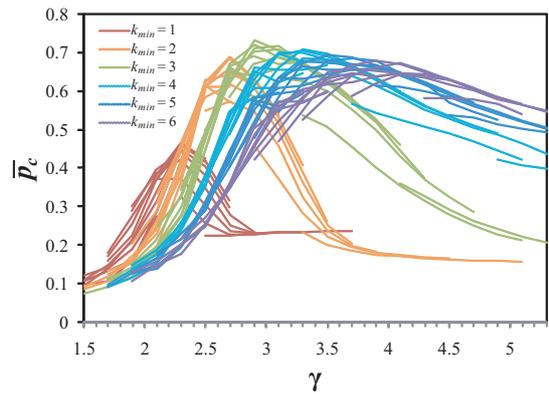


図1: ベキ乗指数 γ と協力者の割合の平均 \bar{p}_c の関係

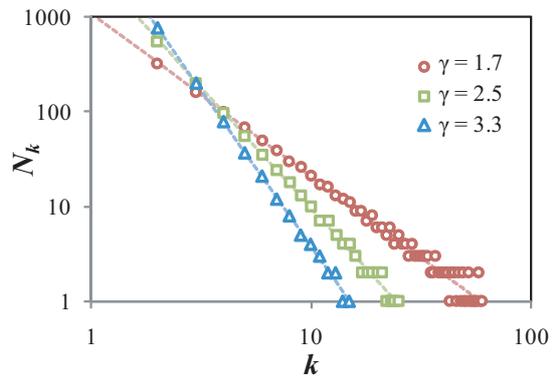


図2: 用いるネットワークの次数分布

き残れば $p_c^1(t)$ は増加に転じる。一方, 協力者が生き残れなければネットワーク全体が裏切に支配される。 $p_c^1(t)$ が増加に転じたとき, γ が小さい方が協力者の割合が増加しやすいことがわかる。しかし, γ が小さいネットワークでは, ネットワークが裏切に支配されることがあることもわかる。ここで, 十分に時間が経過した状態を終状態と呼ぶことにする。

図4に T を変化させた時の全780施行において, 終状態での協力者の割合 p_c^1 の出現確率を示す。なお, 後述する分析のため, $\gamma = 1.9$ のものを加えている。 $p_c^1 = 0.0 \sim 0.1$ となったときを裏切がネットワーク全体を支配した場合と考え, γ が小さいネットワークの方が γ が大きいネットワークに比べて裏切に支配されやすいことがわかる。また裏切に支配されなかったときは, γ が大きいネットワークの方が協力者の割合がより多くなることもわかる。

時間変化の違いをより詳しく調べるために, 協調が進化するときの空間構造に着目する。3つのネットワークにおいて, $p_c^1(t)$ が最も小さくなった瞬間(図3から求める)の空間構造

表2: ネットワークの統計量

γ	N	$\langle k \rangle$	L	C	r	\bar{p}_c
1.7	1026	7.85	3.30	0.05	-0.01	0.13
2.5	1050	3.60	5.01	0.007	-0.002	0.55
3.3	1149	2.71	7.67	0.002	-0.002	0.23

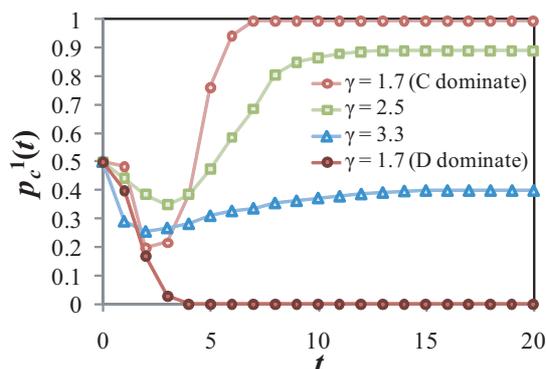


図 3: 過渡的ダイナミクス ($T = 1.2$)

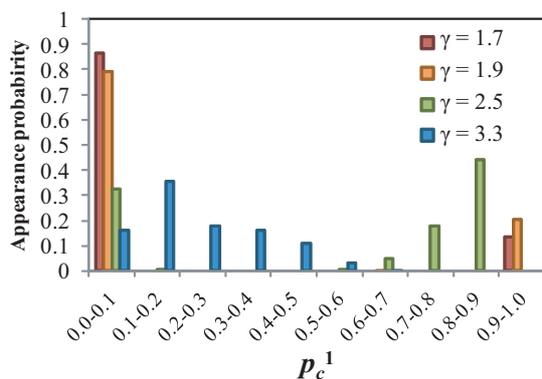


図 4: 1 実行の終状態での協力者の割合 p_c^1 の出現確率

を図 5(a),(c),(e) に、 $p_c^1(t)$ が最も大きい終状態での空間構造を図 5(b),(d),(f) に示す。赤色で協力者を青色で裏切者を表す。

はじめに γ が小さい場合 ($\gamma = 1.7$) について考察する。 $p_c^1(t)$ が減少から増加に転じる場合、図 5(a) の右下に見られるように協力者の大きなクラスターが 1 つ生じていることがわかる。ネットワーク全体が裏切りに支配されてしまう場合 (図 3 の "D-dominate") には、このようなクラスターが発生しないことを確認している。協力者が生き残る場合は、協調戦略がハブを介してネットワーク全体に広がり、図 5(b) のように協力者が支配的になることを観察している。このように、 γ が小さいネットワークでは、協力と裏切がともに拡大しやすく、ネットワーク全体が協力に支配されるか、裏切りに支配されるかのいずれかの状態になる。図 4 の $\gamma = 1.7$ と $\gamma = 1.9$ からわかるように、 γ が大きくなると、協調戦略が全体に広がる終状態の出現確率が大きくなる。したがって、 \bar{p}_c は増加する。

次に γ が中程度の場合 ($\gamma = 2.5$) について調べる。図 5(c) に $p_c^1(t)$ が最も小さい $t = 3$ のときの空間分布を示す。 γ が小さい場合と同様に比較的大きな協力者のクラスターが発生していることがわかる。しかしクラスターの数は γ が小さい場合に比べて多く、ネットワークが裏切りに支配されにくい状態になっていることがわかる。また協力者が生き残った場合は、 γ が小さい場合に比べると裏切戦略をとるエージェントの数は多いものの、ネットワーク全体に協調戦略が広がっていることがわかる (図 5(d))。

最後に γ が大きい場合 ($\gamma = 3.3$) について考察する。 $p_c^1(t)$ が最も小さくなったとき、協力者は小さいクラスターを数多く

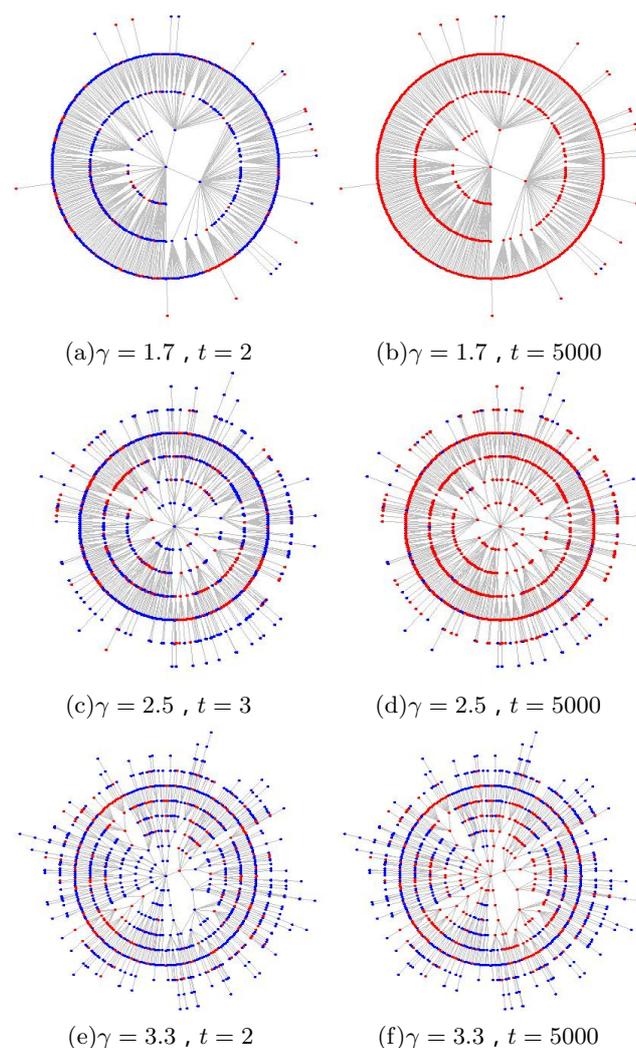
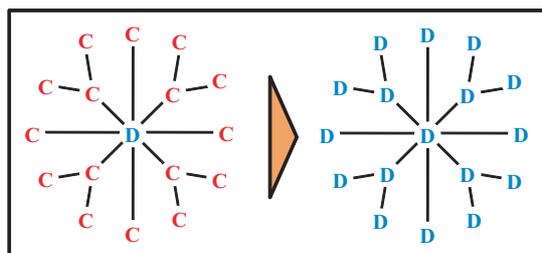


図 5: 空間分布の可視化

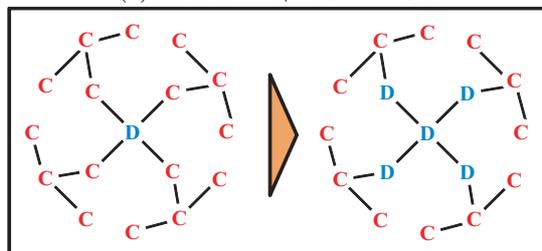
作って生き残っていることがわかる (図 5(e))。これは裏切が拡大する力が弱く、小さい協力者のクラスターでも裏切の侵略に耐えうるということを示している。しかし協力者が生き残った後の終状態では、図 5(f) のように協調戦略はネットワークを支配できておらず、協力と裏切が共存している様子が観察される。これは裏切が拡大しにくいと同様に協力も拡大しにくく、協力が拡大できるのは生き残ったクラスターの周辺だけでネットワーク全体まで及ばないためであると考えられる。

これらの可視化結果にもとづき、過渡的ダイナミクスで起こる現象を模式的に表わしたものが図 6 と図 7 である。2 つの図はそれぞれ同じノード数と同じリンク数で構成され、 γ が小さい場合と大きい場合を模した 2 つの異なるネットワーク上で、裏切の拡大 (図 6) と協力の拡大 (図 7) がどのように起こっているのかを示したものである。C は協力、D は裏切を表している。

図 6 のように協力のクラスターの中心が裏切になった場合、 γ が小さいネットワークでは裏切戦略がネットワーク全体を支配してしまう (図 6(a))。これに対して、 γ が大きいネットワークでは協力が小さいクラスターを作ること生き残り、裏切がネットワーク全体に広がらないことがわかる (図 6(b))。一方で、図 7 のように 1 つの協力のクラスターが裏切のクラス

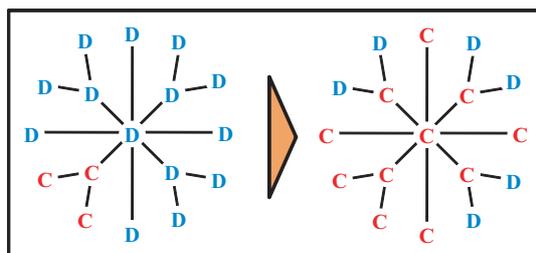


(a) ベキ乗指数 γ が小さい場合

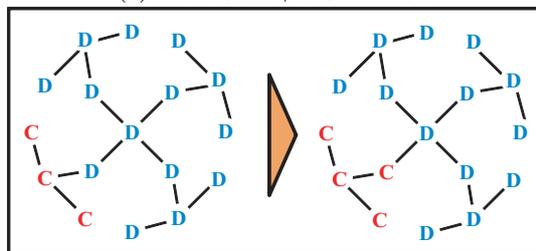


(b) ベキ乗指数 γ が大きい場合

図 6: 裏切の拡大



(a) ベキ乗指数 γ が小さい場合



(b) ベキ乗指数 γ が大きい場合

図 7: 協力の拡大

ターの中に存在したとき、 γ が小さいネットワークでは協力がハブを介してネットワーク全体に広がるのに対して、 γ が大きいネットワークでは協力が拡大するのは協力のクラスタの周辺のみで、ネットワーク全体には協力が拡大せず、裏切が数多く生き残る結果になると考えられる。

以上の考察からベキ乗指数 γ の変化によって協調の進化にピークが生じる理由をまとめる。 γ が小さいネットワークでは協力も裏切も拡大しやすい。 γ が大きくなると、裏切戦略が全体に広がりにくくなり、初期の段階で局所的に協力のクラスタが生き残りやすくなる。 γ が中程度のネットワークでは、適度に大きなハブを介して協力が拡大する。すなわち、協力は拡大しやすいが、裏切は拡大しにくいという構造が生まれる。 γ がさらに大きくなると、ハブまで協調戦略が拡大しない、あるいはハブまで到達してもハブの影響する範囲が小さくネットワーク全体に協力が広がらないため、協力が拡大しにくくなる。結果として、協調の進化にピークが生じると考えられる。

4. 結言

本稿では空間囚人のジレンマモデルにおいてベキ乗指数が協調の進化に与える影響のメカニズムを、空間分布の可視化により解明することを試みた。

先行研究 [6] において、ベキ乗指数を変化させた時に協調の進化にピークが生じることが確認されている。この結果を詳細に分析するために、異なるベキ乗指数を持つ 3 つのネットワークに対して、過渡的ダイナミクスの可視化を行った。

ベキ乗指数が小さいネットワークでは、協力も裏切も拡大しやすく協調戦略が生き残るためには協力者の大きなクラスタが必要である。一方、ベキ乗指数が大きいネットワークでは協力も裏切も拡大しにくく、協調戦略がネットワーク全体に拡大しない。ベキ乗指数が中程度のネットワークでは、協調戦略が生き残りやすい構造と拡大しやすい構造が内包されており、裏切は拡大しにくい協力も拡大しやすい。そのためにベキ乗指数を変化させた時に協調の進化にピークが生じることがわかった。

一方で、本稿の一つの目的はベキ乗指数の影響を調べるこ

とであるが、ベキ乗指数を変化させたときに平均次数や平均頂点間距離が同時に変化するという問題がある。ベキ乗指数のみの影響をより正確に見積もることが今後の課題である。

参考文献

- [1] M.A. Nowak and R.M. May. *Nature(London)*, Vol. 359, p. 826, 1992.
- [2] A-L. Barabási and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science*, Vol. 286, pp. 509–512, 1999.
- [3] F.C. Santos and J.M. Pacheco. Scale-free networks provide a unifying framework for the emergence of cooperation. *Phys.Rev. Lett*, Vol. 95, p. 098104, 2005.
- [4] J. Gómez-Gardenés, M. Campillo, L.M. Floría, and Y. Moreno. Dynamical organization of cooperation in complex topologies. *Phys.Rev. Lett*, Vol. 98, p. 108103, 2007.
- [5] D.-S. Lee, K.-I. Goh, B. Kahng, and D. Kim. Sandpile avalanche dynamics on scale-free networks. *Physica A*, Vol. 338, No. No.1-2, pp. 84–91, 2004.
- [6] 塚本鋭, 内田誠, 白山晋. 協調の進化において初期構造のスケールフリー性が与える影響について. In *Proceedings of Joint Agent Workshops and Symposium*, 2008.
- [7] M.E.J Newman, S.H. Strogatz, and D.J Watts. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications. *Physical Review E*, Vol. 64, No. 026118, 2001.
- [8] P. Eades. Drawing free trees. *Bulletin of the Institute of Combinatorics and its Applications*, Vol. 5, pp. 10–36, 1992.
- [9] M.E.J. Newman. Mixing patterns in network. *Physical Review E*, Vol. 67, No. 026126, 2003.