第一価格入札における架空名義操作の影響の解析

The effect of false-name bids in first price auctions

桂木 敦史[*1] 櫻井 祐子[*1*2] 岩崎 敦[*1] 横尾 真[*1]
Atsushi Katsuragi Yuko Sakurai Atsushi Iwasaki Makoto Yokoo

九州大学大学院システム情報科学府
Graduate School of ISEE, Kyushu University

This paper gives an analysis of Bayesian Nash equilibrium in first-price combinatorial auctions, where participants/agents can use false-name bids. False-name bids is ones submitted by a single agent who uses multiple fictitious names such as multiple e-mail addresses. It is well-known that even the celebrated Vickrey-Clarke-Groves (VCG) auction mechanism is influenced by the false-name bids. However, it is not so far investigated how false-name bids affects the outcomes of first-price combinatorial auctions, which are widely used in realistic settings. Thus, this paper reveals the effect of false-name bids in first-price combinatorial auctions, utilizing Bayesian Nash equilibrium concept via theoretical analysis and simulations.

1. 序論

インターネットオークションは電子商取引の重要な一分野であり，人工知能やエージェント技術の有効な適用領域であると考えられる．インターネットの利用により低コストで大規模なオークションが実行可能となった反面，不特定多数の人々が参加可能であることから，オークション方式（メカニズム）の設計にあたっては様々な不正行為に関する頑健性，オークション結果に関する何らかの理論的な裏付け等が重要となる．

例えば，ネットワークでの匿名性を利用し，1 人のエージェントが複数のエージェントになりすまして，入札する架空名義入札という行為が指摘されている．これは個人で実行できるため，誰でも容易に行うことができる．また，ネットワーク環境では各エージェントの身元を正確に認証することは事実上不可能である．よって，インターネットオークションにおいて架空名義入札は深刻な問題となり得ることが指摘されている [Yokoo 01, Yokoo 04]．これまで架空名義入札に関する研究は多数行われている．まず，架空名義入札が可能な場合，理論的に優れているとされる Vickrey-Clarke-Groves メカニズム (VCG) [Mas-Collel 95] が架空名義入札に脆弱であることが指摘されている．更に，個人合理性，パレート効率性，架空名義入札への頑健性を同時に満たす組合せオークションメカニズムは存在しないことが示されている [Yokoo 04]．そこで，効率性を若干諦めることで，架空名義入札に頑健な組合せオークションメカニズムが提案されている．

一方，既存の第一価格入札における架空名義入札の影響は明らかとなっていない．そこで，本論文では，第一価格入札におけるベイジアンナッシュ均衡に対する架空名義入札の影響の解析を行う．すなわち，ベイジアンナッシュ均衡において，架空名義入札が行われない場合と行われる場合を比較して，架空名義入札により，入札の参加者が不利益を受けることを示す．

連絡先: 桂木 敦史，九州大学大学院システム情報科学府，812-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，(092)802-3576，katuragi@agent.is.kyushu-u.ac.jp

*2 現在の所属はヤフー株式会社で，本研究は櫻井が日本学術振興会特別研究院 (RPD) として九州大学所属時に行った成果である．

2. 準備

2.1 ベイジアンナッシュ均衡

ベイジアンナッシュ均衡とは，戦略均衡の一種であり，支配戦略の存在しないゲームを解析するための手段の 1 つとして知られている．本論分では，各入札者のベイジアンナッシュ均衡を基に，架空名義入札の影響を解析する．

ここで，入札者 1, 2 の 2 人がいる場合について，ベイジアンナッシュ均衡の定義を与える．入札者 i の評価値 v_i は，分布関数 $F_{i,v}$, 密度関数 $f_{i,v}$ の分布から選ばれる．また，各入札者にとって，他の入札者 j の評価値 v_j が，分布関数 $F_{j,v}$ から選ばれることは既知であるとする．この時，入札者 i の戦略を，入札戦略関数 β_i で定義する．例えば，入札者 i は，評価値 v の時，$b = \beta_i(v)$ を入札するものとする．i の入札額 b の分布関数を $F_{i,b}$, 密度関数を $f_{i,b}$ とする．β_i の逆関数を β_i^{-1} とすると，

$$F_{i,b}(b) = F_{i,v}(\beta_i^{-1}(b))$$

$$f_{i,b}(b) = \frac{f_{i,v}(\beta_i^{-1}(b))}{\beta_i'(\beta_i^{-1}(b))}$$

となる．また，入札者 1, 2 が，それぞれ入札関数 β_1, β_2 を用いる時の入札者 1 の期待利得を以下で定義する．

$$E(v_1, b_1, \beta_2) = (v_1 - b_1)F_{2,b}(b_1)$$

入札者 2 の期待利得に関しても同様に，

$$E(v_2, b_2, \beta_1) = (v_2 - b_2)F_{1,b}(b_2)$$

定義 1 (ベイジアンナッシュ均衡) 上述の定義のもとで，戦略 (β_1, β_2) の組がベイジアンナッシュ均衡であるとは，$\forall v_1, v_2, \beta_1', \beta_2'$ に関して，以下が成立することと同値である．

$$E(v_1, \beta_1(v_1), \beta_2) \geq E(v_1, \beta_1'(v_1), \beta_2),$$

$$E(v_2, \beta_2(v_2), \beta_1) \geq E(v_2, \beta_2'(v_2), \beta_1)$$

すなわち，各プレイヤの評価値の確率分布が共通知識の時，全てのプレイヤにおいて期待利得を最大化する最適反応となる戦略の組合せをベイジアンナッシュ均衡と呼ぶ．

Algorithm 1 ベイジアンナッシュ均衡を求めるアルゴリズム

```
count ← 0
ε ← 0.001
i ← 1
while count < |I| do
    count + +
    t ← 0
    b ← β_i[t]
    while t < n do
        if δE_i^t/δb = 0 then
            β_i[t] ← b
            t + +
            b ← β_i[t]
        else
            b ← b + δE_i^t/δb × ε
            count ← 0
    i + +
    if i > |I| then
        i ← 1
return
```

3. ベイジアンナッシュ均衡を求めるアルゴリズムの提案

対称で微分可能な単調増加関数を入札戦略関数に持つ入札者しか存在しない場合，文献 [Krishna 02] にてベイジアンナッシュ均衡を求める手法が示されている．一方，入札者の評価値が非対称な場合，ベイジアンナッシュ均衡となる戦略の組を理論的に解析することは困難とされている．そこで，数値計算で繰り返し最適反応を求めることにより，近似的にベイジアンナッシュ均衡を求めるアルゴリズムを提案する [Vorobeychik 08].

3.1 提案アルゴリズム

このアルゴリズムでは，まず全ての入札者の集合を I とし，入札者 $i(\in I)$ について，その評価値を等間隔で n 個に分割する．次に，入札者 i の入札戦略関数を $\beta_i(x)$ とおき，その初期値 $\beta_i(x) = x$ を与え，それを n 個の点で区分線形近似する．この操作を全ての入札者について同様に行う．そして，各入札者について，別の入札者の戦略を固定したときの最適反応を最急上昇法によって求める．同様の操作を繰り返し，収束したときの戦略を均衡戦略とみなす．

以上のアルゴリズムを Algorithm 1 に記載する．ここでは，区分線形近似された β_i の t 番目の要素を $\beta_i[t]$ で，t 番目の評価値における期待利得を E_i^t で表す．この時 E_i^t は，t 番目の評価値を v_t，入札額を b，相手の入札額の分布関数を F_y とすると，$E_i^t(b) = (v_t - b)F_y(b)$ で表される b の関数である．

4. 問題設定

本論文では，第一価格入札におけるベイジアンナッシュ均衡に対する架空名義入札の影響の解析を行うために，組合せオークションでのいくつかの状況に関して検証する．

簡単化のため，財の集合は $M = \{A, B\}$ の 2 財とし，入札者数 $|I| = 2$ または 3 とする．また，入札者 i の財 A，財 B，財 A, B に対する評価値を $(v_i(A), v_i(B), v_i(A, B))$ と記述する．

本章では，Case 1 から 4 までの 4 つのケースについて説明を行う．ここで，Case 1 から 3 では，少なくとも 1 人の入札者が架空名義入札の存在を考慮しない状況を考える．一方で，Case 4 では，全ての入札者が架空名義入札の存在を考慮する状況を考える．

4.1 2 入札者 2 名義の場合 (Case 1)

入札者が 2 人の場合を考える．入札者 1 は，財 A もしくは財 B だけならば不要であり，財 A, B を同時に必要とする．一方，入札者 2 は，財 A, B それぞれに正の評価値を持ち，財 A, B のセットに対する評価値は財 A と財 B の評価値の和とする．各評価値の分布については以下のように定義する．

- $v_1(A, B)$: 区間 $[0, 1]$ での独立な一様分布を 2 つ足し合わせた分布に従って決定される．
- $v_2(A)$: 区間 $[0, 1]$ での一様分布に従って決定される．
- $v_2(B)$: $v_2(A)$ と同様に，区間 $[0, 1]$ での一様分布に従って決定される．
- $v_2(A, B)$: $v_2(A, B) = v_2(A) + v_2(B)$ とする．すなわち，$v_1(A, B)$ と同様に，区間 $[0, 1]$ での独立な一様分布を 2 つ足し合わせた分布から決定される．

4.2 3 入札者 3 名義の場合 (Case 2)

入札者が 3 人の場合を考える．入札者 1 は，Case 1 の時と同様に，財 A もしくは財 B だけならば不要であり，財 A, B を同時に必要とする．一方，入札者 2 (3) は，財 A (B) だけが必要であり，財 A, B のセットに対する評価値は財 A (B) の評価値と同じとする．各評価値の分布については，$v_1(A, B)$ は Case 1 と同様に，区間 $[0, 1]$ での独立な一様分布を 2 つ足し合わせた分布に従う．$v_2(A)$，$v_3(B)$ は，それぞれ区間 $[0, 1]$ での一様分布に従う．

4.3 2 入札者 3 名義の場合 (Case 3)

3 つの名義から入札が行われているが，実際は 2 人の入札者しか存在しない場合を考える．入札者 1 は，Case 1 の時と同様に，財 A もしくは財 B だけならば不要であり，財 A, B を同時に必要とする．一方，入札者 2 は，Case 1 の場合と同様の評価値を持つが，架空名義を使うことによって，2 つの名義で入札を行うとする．

ここで，入札者 1 は架空名義入札の可能性を考慮せずに入札を行うものとする．従って，入札者 1 は，Case 2 と同様の状況であると考えた上で入札戦略を決定する．

入札者 2 は，入札者 1 がそのような入札戦略を取ると仮定した上で，最適な戦略を取ることとする．

4.4 架空名義入札の存在を考慮する場合 (Case 4)

ここでは，常に 3 つの名義から入札が行われているが，実際は (1) Case 1 と同様の評価値を持つ 2 入札者だが，そのうち 1 人が架空名義入札を行っている (2) Case 2 と同様の評価値を持つ 3 入札者が入札を行っている という 2 つの状況が，それぞれ 1/2 の確率で選択される．入札者 1 は，架空名義入札が存在する可能性があることを知っており，それを考慮した上で入札戦略を決定する．他の入札者は，入札者 1 がそのような入札戦略を取ると仮定した上で最適な戦略を取ることとする．

5. ベイジアンナッシュ均衡の解析結果

本章では 4 章で定義した評価値分布および設定に対して，ベイジアンナッシュ均衡が導く入札戦略を示す．まず，Case 1 から 3 における均衡戦略を示し，次に Case 4 における均衡戦略を示す．ここで Case 1 から 3 では，少なくとも 1 人の入札者が架空名義入札の存在を全く考慮しない状況を考える．一方で

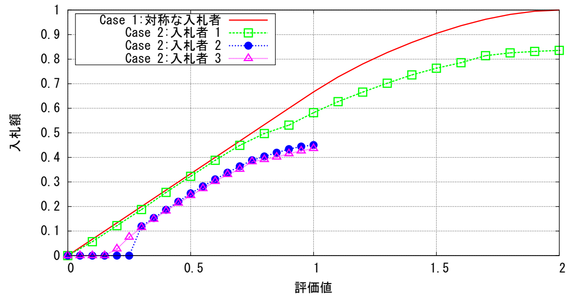

図 1: 3 入札者 3 名義の場合の入札戦略関数 (Case 2)

Case 4 では，全ての入札者が架空名義入札の存在を考慮する状況を考える．

5.1 2 入札者 2 名義の場合 (Case 1)

2 人の入札者の評価値分布を対称と仮定しているため，この場合は理論的にベイジアンナッシュ均衡における入札戦略 $\beta(v)$ を導くことができる：

$$\beta(v) = \begin{cases} \frac{2}{3}v & (0 \leqq v \leqq 1), \\ \frac{2}{3}(v + 1 + \frac{2v-1}{v^2-4v+2}) & (1 < v \leq 2). \end{cases}$$

ここで，$v \in [0,2]$ は入札者 1 および 2 が財 A, B のセットに対して持つ評価値を表し，$\beta(v)$ は入札者が評価値 v をもつときの入札額 β を決定する関数である．例えば，$\beta(v)$ が傾き 1 の直線となるとき $\beta(v)$ は正直に評価値を入札する戦略を表す．理論的に導いた入札戦略を図 1 から図 3 に「Case 1:対称な入札者」として図示している．この入札戦略は v が 1 より小さい場合，およそ 0.7 の傾きをもつ直線となり，v が 1 より大きくなると，徐々に入札額 1 に対して収束していく．

5.2 3 入札者 3 名義の場合 (Case 2)

3 人の入札者の評価値分布を非対称と仮定しているため，この場合は理論的にベイジアンナッシュ均衡における入札戦略 $\beta(v)$ を導くことができない．そこで，Algorithm 1 を用いて数値的に入札戦略 $\beta(v)$ を求め，図 1 にその結果を示す．ここで入札者 1 は財 A,B のセットに入札する一方，入札者 2 は A，入札者 3 は B のみに入札する．このため，入札者 2 および 3 の戦略は $v \in [0,1]$ の範囲のみを示している．

どの入札者も Case 1 と比べて低い額を入札していることが分かる．とくに入札者 2 および 3 はおよび 0.25 以下の低い評価値が与えられたとき，0 を入札する．この結果は入札におけるフリーライダー問題における予測と一致している．

フリーライダーとは，ある入札者が他の入札者の負担に便乗しようとすることである．例えば，ここで入札者 2 および 3 は財 A のみ，もしくは財 B のみを必要とする．このため，入札者 1 の財 A, B のセットへの入札額よりも入札者 2 および 3 の財 A もしくは B に対する入札額の合計が小さくなれば，財をそれぞれ獲得できる．

そのため，入札者 2 (3) は入札者 3 (2) が高い入札をすることを期待して，低い入札額で財を手に入れようとする誘因が発生する．よって，入札者 2 および 3 の入札額の合計は，Case 1 において，入札者 2 が財 A, B のセットに対する入札額である $\beta(v(A) + v(B))$ よりも小さくなる．

5.3 2 入札者 3 名義の場合 (Case 3)

各名義の評価値分布を非対称と仮定しているため，ここでも，Algorithm 1 を用いて数値的に入札戦略 $\beta(v)$ を求め，図 2 にその結果を示す．ここでは，入札者 1 は架空名義入札の存在を全く考慮しないため，入札者 1 は Case 2 と同じ状況になっている．よって，入札者 1 は入札者 2 および 3 がフリーライドによって入札額を下げてくると考えて入札する．すなわち，図 1 と同じ入札戦略がベイジアンナッシュ均衡となる．

一方で，入札者 2 は Case 1 と同じ評価値を持つが，2 つの名義を利用して入札している．入札者 2 は，入札者 1 が Case 2 と同じ入札戦略を取ると考え，自分の入札戦略を決定する (図 2)．この結果，与えられる評価値がある程度小さい場合と十分高い場合を除いて，入札者 2 は入札者 1 より高い額を入札することになる．

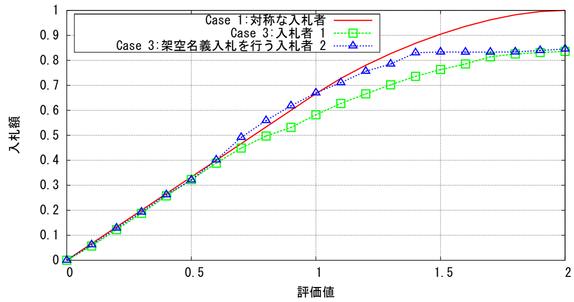

図 2: 2 入札者 3 名義の場合の入札戦略関数 (Case 3)

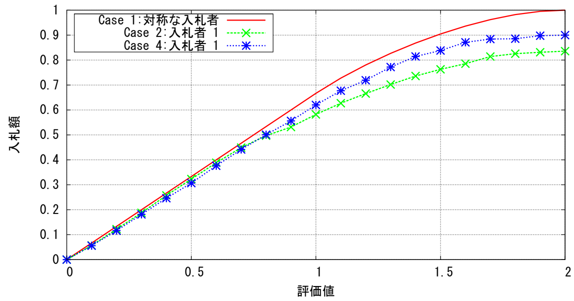

図 3: Case 1，2，4 における入札者 1 の入札戦略の比較

5.4 架空名義入札の存在を考慮する場合 (Case 4)

ここでは 2 人 3 名義か 3 人 3 名義のいずれかのケースが 1/2 の確率で選ばれることを入札者 1 は知っているとする．いいかえると，入札者 1 は自分を含めて常に 3 つの名義が入札に参加しているのを観察する．つまり，入札者 1 は自分が架空名義を利用した 1 人と入札に参加しているか，それとも架空名義を利用していない 2 人と入札に参加しているかを知ることはできないが，その確率が 1/2 であることを知っていると仮定する．

この Case 4 でも入札者の評価値分布は非対称となるため，Algorithm 1 を用いて数値的に入札戦略 $\beta(v)$ を求めた結果を図 3 に示す．ここで入札者 2 もしくは 3 の入札戦略は彼らが架空名義を利用していても，利用していなくても，Case 2 における入札者 2 および 3 の入札戦略とそれほど変わらない．そこで，図 3 は Case 1 および 2,4 における入札者 1 に着目した．ここで，入札者 1 の入札戦略は，2 入札者 2 名義 (Case 1) と 3 入札者 3 名義 (Case 3) の入札戦略のちょうど平均をとったような戦略になっている．

表 1: Case 1 と Case 3 の比較

	2 人 2 名義の場合 (Case1)	2 人 3 名義の場合 (架空名義あり，Case 3)
社会的余剰	1.233 (100%)	1.217 (98.7%)
主催者の収入	0.7663 (100%)	0.7036 (91.8%)
入札者 1 の勝率	50.02%	36.92%

表 2: Case 1 と Case 4 の比較

	2 人 2 名義の場合 (Case 1)	2 人 3 名義の場合 (架空名義あり，Case 4)
社会的余剰	1.233 (100%)	1.231 (99.8%)
主催者の収入	0.7663 (100%)	0.7243 (94.5%)
入札者 1 の勝率	50.02%	45.99%

6. 考察

本章では，各ケースにおける結果を社会的余剰および主催者収入，入札者 1 の勝率に関して比較する．ここでは，それぞれに与えた評価値分布から 10 万個のインスタンスを生成し，それぞれのケースで導いた入札戦略を入札者達がとる場合の結果を平均した値を表 1 から表 3 に示している．表のそれぞれでは 2 つのケースを比較しているが，全ての比較において，有意水準 $\alpha = 0.01$ に対して有意差があることを t 検定で示した．

表 1 では 2 人 2 名義 (Case 1) と 2 人 3 名義で架空名義が存在する (Case 3) 場合を比較している．このとき，社会的余剰は Case 1 で 1.233 となり，Case 3 で 1.217 となり，架空名義の存在により約 1.3%減少する．一方で，主催者の収入は 0.7663 から 0.7036 へと，約 8.2%減少している．最後に，架空名義入札をしない／考慮しない入札者 1 の勝率は 50.02%から 36.92%に激減している．第一価格入札では入札額がそのまま支払額となるため，架空名義入札の存在に関わらず，社会的余剰および主催者の収入はそれほど変わらないように見える．しかし，架空名義入札をしない／考慮しない入札者 1 の勝率は激減しており，入札の参加者にとっては架空名義入札の影響は大きいといえる．

ここで架空名義入札をしない入札者 1 が，相手の行う架空名義入札を考慮するならば，入札の結果はどうなるだろうか？それを検証するため，Case 4 の結果を考える．しかし，Case 4 では 2 人 3 名義（架空名義あり）と 3 人 3 名義（架空名義なし）が等確率で発生しているため，他のケースとの単純な比較が困難となる．

そこで，Case 4 の結果を実際に発生した状況にしたがって分割し，Case 1 および Case 2 と比較した結果を表 2 および表 3 に示す．ここで社会的余剰および主催者の収入に関しては，Case 1 と Case 3 を比較した時と同様それほど大きな差は観察されなかった．

一方で，入札者 1 の勝率については表 2 では 50.02%から 45.99%への減少を表 3 では 63.95%から 68.07%の増加を観察した．これは入札者 1 が架空名義入札の存在を考慮することで，入札額を少し増加させているためである．したがって，実際に入札者 2 および 3 が架空名義であった場合は，勝率の減少を抑えられ，架空名義でない場合は，入札を増加した分勝率は増加する．

これにより入札者 1 が架空名義入札の存在を考慮することでその影響が抑えられることを観察した．しかし，ここでは 2 人もしくは 3 人の小規模な入札を対象としているため，より

表 3: Case 2 と Case 4 の比較

	3 人 3 名義の場合 (架空名義無し，Case2)	3 人 3 名義の場合 (架空名義無し，Case4)
社会的余剰	1.215 (100%)	1.206 (99.3%)
主催者の収入	0.6293 (100%)	0.6586 (105%)
入札者 1 の勝率	63.95%	68.07%

多い人数が参加する入札で架空名義入札を存在を完全に考慮するのは難しいといえる．よって，第一価格入札で架空名義入札が可能な場合，表 1 に示したような勝率の不公平が起こり得ると考えられる．

7. 結論

本論文では，第一価格入札において参加者が架空名義入札を行った場合，第一価格入札がどのような結果をもたらすかベイジアンナッシュ均衡を用いて解析した．ベイシジアンナッシュ均衡は入札／オークションの帰結を予測する上で重要な概念であるが，架空名義入札を考慮するとき，参加者間の選好（評価値）を非対称的に与えなければならない．このため，解析的に均衡となる戦略を求めることは非常に困難となる．そこで，本論文では架空名義入札が存在する場合の第一価格入札における均衡戦略を数値的に求めるアルゴリズムを提案した．我々のシミュレーションは，ある評価値分布に対する社会的余剰，主催者収入および架空名義を使用しない入札者の勝率を示した．結果，架空名義入札は社会的余剰と主催者収入にはそれほど深刻な影響を与えないが，架空名義を使用しない入札者が著しく不利になる（商品を落札できなくなる）ことを明らかにした．

今後の研究課題として，本論文の結果は与えた評価値分布に依存するため，より現実に近い様々な評価値分布に対する結果を考察することが挙げられる．また，オークションでのベイジアンナッシュ均衡は通常複数存在するため，本論文が示した結果がどれだけ現実に起こりやすい均衡であるかを吟味していきたい．

参考文献

[Krishna 02] Krishna, V.: *Auction Theory*, Academic Press (2002)

[Mas-Collel 95] Mas-Collel, A., Whinston, W., and Green, J.: *Microeconomic Theory*, Oxford University Press (1995)

[Vorobeychik 08] Vorobeychik, Y. and Wellman, M. P.: Stochastic search methods for Nash equilibrium approximation in simulation-based games., in Padgham, L., Parkes, D. C., Muller, J., and Parsons, S. eds., *AAMAS*, pp. 1055–1062, IFAAMAS (2008)

[Yokoo 01] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: Robust combinatorial auction protocol against false-name bids, *Artificial Intelligence*, Vol. 130, No. 2, pp. 167–181 (2001)

[Yokoo 04] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: The effect of false-name bids in combinatorial auctions: New fraud in internet auctions, *Games and Economic Behavior*, Vol. 46, No. 1, pp. 174–188 (2004)