

マップ表現を用いた数学文章題における立式の支援

Use of Map Description to Support Equation Construction for word problems in Mathematics

中川 和之^{*1} 舟生 日出男^{*1} 平嶋 宗^{*1}
Kazuyuki Nakagawa, Hideo Funaoi and Tsukasa Hirashima

^{*1} 広島大学大学院工学研究科
^{*1} Faculty of Engineering, Hiroshima University

Abstract: Equation which appears in junior high school mathematics is known as a convincing method in concrete problem solving. But there are many students showing difficulty in equation construction because of the difficulty of connecting conditions of a problem with formula expression. In this study, I paid my attention to the concept map which is means to express relations between concepts and amounts appearing in the problem sentence. And I propose the conception of the system supporting equation construction by promoting relations understanding, by letting a learner really draw a map and diagnosing it and returning feedback.

1. はじめに

方程式を用いた計算は、複雑な数量関係を処理する有効な手段である。この方程式を使いこなすためには、単に方程式が処理できればいいのではなく、その方程式を立てることが重要となる。数学の文章題はこのような方程式を立てる能力の育成を狙ったものであるといえるが、この文章題における方程式の立式に困難を示す生徒は多い。この原因として、問題文で表されている状況と数式表現を関連付けるとい意味での問題の理解が十分行えていないことが挙げられている[Nathan 1992]。この困難さに対して、線分図やネットワーク表現など、図的表現を用いることが問題の理解を助け、立式に有効であると言われており、実際に図的表現を用いて立式を支援するシステムが開発され、その有効性が確認されている[伊藤 2006, 岩根 1997, 多鹿 2000]。しかしながら、それらのシステムで用いられる図的表現は、特定の問題に対して特定の記法を提供していると言え、効果的な反面、一般性に乏しかったといえる。

そこで、本研究では、より一般的に適用可能な立式の支援を目指し、それを実現するための図的表現として、概念マップに着目した。概念マップを用いることで、問題文に登場する概念や数量間の関係が視覚的に表現可能となる。そして、学習者が描いた概念マップを、診断し、適切なフィードバックを返すことで問題の理解を促進し、立式を支援するシステムの開発を目指す。

2. 概念マップ

概念マップでは、問題文に登場する、人や物といった、「概念」と、「数量」、およびそれらの間の関係を表現する。概念マップを作成することは、学習者自身の知識や理解を外化し、整理することであり、作成の過程に学習効果があるとされるだけでなく、学習者の問題理解を診断することも可能にする。本研究では、学習者が描いた概念マップの診断可能性を考慮し、概念マップの作成に Kit-Build 方式を用いる。

Kit-Build 方式とは、概念マップの作成タスクを、

- (I) 概念マップの構成要素を抽出する作業(分節化タスク),
- (II) それらの構成要素を組み立てる作業(構造化タスク),

の二つに分けた上で、教材作成者が用意した概念マップの構成要素(キット)を、学習者に組み立てさせる(ビルド)ことで概念マップを作成する方式である[福田 & 山崎 2009]。これにより、学習者の組み立てた概念マップにおける誤りは、構成要素である各概念、数量間の関係付けの誤りのみに限定され、マップの診断、フィードバックが容易になるといえる。また、概念マップの作成に不慣れた学習者にとっては、キット間の関連付けのみを考えればよいいため、マップの作成がしやすくなるという利点もある。

3. 概念マップの2段階モデル

概念マップは、数学文章題において、問題文表現と方程式表現の間の中間的な表現であり、問題を構造的に記述したものであるとして捉えることができる。また、教材作成者が正解とするマップを用意するにあたって、その記法が問題一つに対し、一意に定められれば、適切なキットが用意できる。マップの記法を考えるにあたり、ここで、文章題での立式までの手順を考える。[川瀬 1994]を参考にすると、以下ようになる。

- (I) 文章の単純化
- (II) 未知量を X や Y でおく
- (III) 数量関係を見つけ、「ことばの式」で表す
- (IV) 「ことばの式」を数式で表す

(I) および(II)を題意の把握と考え、問題文からの立式の手順を以下で表すことにする。

(I') 題意を把握し、問題文をイベントの集合として整理し、各イベントごとに属する概念を対応付けた概念間関連マップを作る

(II') 概念間関連マップ中の、各イベントに属する各概念間に成り立つ演算関係を特定し、概念間演算マップを作る

(III') 概念間演算マップ中の、各概念を数量に変換し、方程式に変換する

以上の(I')~(III')を立式の手順と考えると、学習者は、問題文から、概念間関連マップ、概念間演算マップを段階的に作成し、そこから方程式表現を得ることとなる。

以下より、それぞれのマップの記法について詳しく述べる。

3.1 正解マップの生成アルゴリズム

概念間関連マップ、概念間演算マップについて、それぞれの正解マップの記法上の恣意性をなくすため、問題文表現よりも記法が一意に定まりやすい方程式表現から、正解マップを記述していく。手順は以下ようになる。

- (0)正解となる方程式を一意に定める
- (1)方程式に現れている数量を取り出す
- (2)数量間の演算関係を記述する
- (3)数量を適切な概念へと変換する

以上の手順より、方程式表現から、概念間の演算関係を表した概念間演算マップを得る。この概念間演算マップに対して、

- (4)演算関係から、いくつかの概念が属するイベントの範囲を見つける
- (5)概念が属しているイベント名を与える
- (6)演算関係を取り除く

以上の手順を経ることで、概念が属するイベントの範囲を表した概念間関連マップが得られる。

最後に、概念間関連マップを分解すると、学習者に組み立てさせるキットが得られる。

3.2 概念間関連マップ

概念間関連マップは、問題文を、一つの方程式で表される単位であるイベントの集合として整理したときに、各イベントと、イベントに属する問題文中の各概念との関係付けを表現したものとなる。ここで、各ノードは問題文中の概念、あるいはイベントを表し、各リンクは、各概念の、イベントへの所属を表す。

例えば、図1の問題を考える。正解となる方程式は図2のようになる。この問題文を、図3のように、【】内を一つのイベントとして捉え、整理すると、図4に表す概念間関連マップのイベントノードが得られる。ここから、教材作成者が、イベント中の各概念を適切な名前を付けてキットとして取り出すことで、図4に現れる各概念が、図3の下線部に対応し、概念間関連マップにより問題文の構造が可視化されていることになる。

ここで、ノードの持つ属性のうち、Known は、その概念に対応する数量が問題文中で与えられているものを表し、UnKnown は、実際に立てた方程式を計算する過程で消去されるものを表し、Answer は、最終的に問題で求めるべき概念であることを表している。つまり、実際に式を立てる際には、学習者はUnKnown 属性と Answer 属性の概念に対応する数量を、Xなどの記号で置き換えていることになる。

3.3 概念間演算マップ

概念間演算マップは、問題文中の各概念間の演算関係を表したものである。ここで、各ノードは問題文中の概念を表し、各リンクは、各概念間に成り立つ演算関係を表す。

例えば図1に表される問題においては、図5に表される概念間演算マップが得られる。概念間関連マップと同様に、各概念は図3の下線部と対応しており、このマップでは特に、イベント中の各概念間に成り立っている演算関係を可視化している。

各ノードの持つ属性については、概念間関連マップと同様に、Known が既知属性、UnKnown が未知属性、Answer が求めるべき属性を表す。

長いリボンと、それより短いリボンの長さを合わせると200cmになります。
長いリボンと短いリボンの差が8cm のとき、
長い方のリボンの長さは何cm ですか？

図1 問題例(和と差の問題)

$$\begin{cases} X + Y = 200 \\ X - Y = 8 \end{cases}$$

図2 方程式の例

【長いリボンと、それより短いリボンの長さを合わせると200cmになります。】
【長いリボンと短いリボンの差が8cmのとき、
長い方のリボンの長さは何cm ですか？】

図3 イベントにより整理した問題例(和と差の問題)

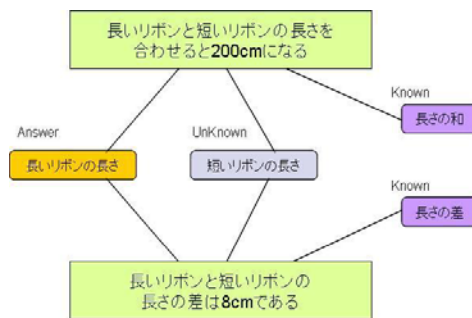


図4 概念間関連マップの例



図5 概念間演算マップの例

4. システム概要

システムは現在開発途中である。対象としている分野は、中学数学1の1次方程式、および中学数学2の連立方程式の分野で、ユーザとして、特に数学文章題を苦手とする中学1、2年生を予定している。

4.1 演習モデル

学習者は、以下の手順で演習を行う。

- (I)問題の提示
- (II)概念間関連マップの作成、診断
- (III)概念間演算マップの作成、診断
- (IV)方程式の立式、診断

図6にシステムでの立式までのプロセスを示す。(I)で提示する問題については、学習者の演習の履歴を利用することで、出題の仕方を制御できると考えている。学習者に提示するキットは、事前に教材作成者が用意しておく。

(II)~(IV)では、それぞれ学習者の組み立てたマップおよび方程式を、正解マップとの比較により診断し、関係付けの誤りに対しては、その箇所を指摘する。

問題文から直接的に立式する場合、(I)から、(II)、(III)という中間的な表現を経ずに、(IV)の手順に進むため、その過程は複雑で、学習者がどこでつまづいたかが分かりにくい。一方、本システムを用いることで、学習者は段階的に立式を行うことができ、また、学習者がつまづいた段階でフィードバックを返せるため、立式に有効であると考えられる。

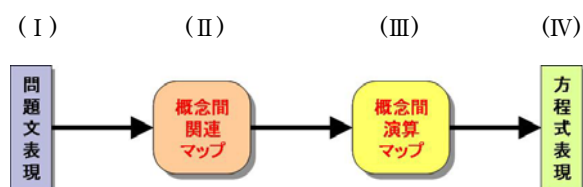


図6 システムでの立式までのプロセス

4.2 インタフェース

現在作成しているシステムのインタフェースは図7のようなものを予定している。画面左部に問題文が表示され、学習者は画面右側で、用意されたキットを組み立てることで概念マップを作成する。また、学習者が過去に作成したマップを参照できるようにする予定である。

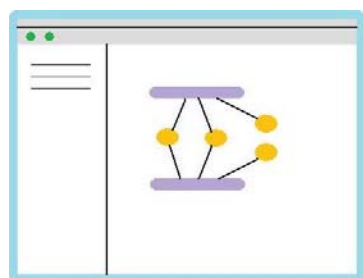


図7 インタフェース画面

5. まとめと今後の課題

本研究では、中学数学の文章題を対象とし、概念マップを用いることで、学習者に問題文をより一般的な形で理解させることによる方程式の立式支援を目指している。その上で、問題文表現と方程式表現の間の橋渡しが重要と考え、問題の概念的構造を表す概念間関連マップから、数学的構造を表す概念間演算マップへと、立式までの2段階の概念マップ作成過程を提案した。このとき、問題文をイベントという単位で整理することで、問題構造がより詳細に記述でき、概念マップを構成するキットが一意に定まる。これより、学習者がキットを組み立てて作る概念マップの診断とフィードバックが実現可能となった。

しかしながら、今後の課題として、様々な文章題を整理した形で書けるように、イベントの記法をより詳細にする必要がある。また、現在開発中の立式支援システムを完成させ、評価実験も行う予定である。さらなる応用としては、問題構造をより詳細に分類することで、文章題の自動生成や作問学習の支援も可能になると考えている。

参考文献

- [Nathan 1992] Mitchell J Nathan, Walter Kintsh, Emilie Young: A Theory of Algebra-Word-Problem Comprehension and Its Implications for the Design of Learning Environments, Cognition and Instruction, Vol.9, No.4, pp.329-389, Lawrence Erlbaum Associates,1992.
- [伊藤 2006] 伊藤敏裕, 金子敬一: 数学の文章題を解くための作図支援システムの開発, 情報処理学会研究報告, No.2006-CE-083, pp.9-16, 2006.
- [岩根 1997] 岩根典之, 竹内章, 大槻説平: 算数の文章題を対象としたネットワーク型知的教育支援環境, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J80-D-2, No.4, pp.915-924, 1997.
- [多鹿 2000] 多鹿秀継, 中津楯男, 野崎浩成, 伊藤俊一: 算数割合文章題の理解と解決を支援するコンピュータ操作による線分図方略の開発, 愛知教育大学教育実践総合センター紀要. 2000, 3, pp.27-34, 2000.
- [福田 & 山崎 2009] 福田裕之, 山崎和也, 舟生日出男, 平嶋宗: Kit-Build 方式による概念マップのインタラクティブ化, 人工知能学会研究会資料, SIG-ALST-A803-11, pp.59-64, 2009.
- [川瀬 1994] 川瀬純一, 若山皖一郎, 早野清, 後藤信彦, 大串一彦, 市野典明: 文章題指導でのワープロの活用一題意の把握から立式まで一, 日本教育情報学会第10回年会, pp.124-127, 1994.