1D1-2

分散制約最適化問題における探索コストと解品質に関する一検討

A study for search cost and solution quality in distributed consraint optimiation

松井俊浩[*1] 松尾啓志[*1]
Toshihiro Matsui Hiroshi Matsuo

[*1]名古屋工業大学
Nagoya Institute of Technology

In this paper, a study for search cost and solution quality in pseudo-tree based distributed constraint optimization problem (DCOP) is shown. Some pseudo-tree based DCOP solvers are considered as a best-first search algorithm. Therefore, consideration of efficiency of the best-first strategy will be important to evaluate difficulty of the problems. We compose a basic benchmark problem. And the efficiency of the best-first search is evaluated using a experiment.

1. はじめに

分散制約最適化問題 (DCOP) は [1] [2] [3] 分散協調問題解決・マルチエージェントシステムの基礎的な問題として研究されている．DCOP の解法には非厳密解放と厳密解法が提案されている．特に pseudo tree を用いる手法 [3], [4], [5] は主要な厳密解法である．これらの手法は最適解が得られるものの，最適性や解の精度を保証する解法では，問題の規模に対して，計算または記憶いずれかまたは両方の探索コストが指数関数的な複雑度を持つ．そのため，解法を実際的な問題に適用する際には，探索処理に要する計算，記憶，および通信のコストを考慮した問題の設計が必要となる．例えば，一般に問題を緩和して難易度を制限する手法が用いられる．[3], ではコストの誤差を許容する境界を導入している．また，動的計画法に基づく解法 [4] では，探索空間の大きさと計算に必要な記憶領域を induced width と呼ばれる指標を導入している．一方で，これらの解法の多くは，A*または最良優先探索を基礎としているため，それらの戦略が有効な問題を対象とすることが妥当と考えられる．そこで本研究では，従来手法が計算時間と記憶領域の制限の下で解くことができる問題についての指標の一つとして，最良優先型探索の有効性について検討する，

2. 分散制約最適化問題

分散制約最適化手法は次のように形式化される．変数の集合を $X = \{x_1, \cdots, x_n\}$ で表す．変数の値域の集合を $D = \{D_1, \cdots, D_m\}$ で表す．2 項関数の集合を F で表す．$f_{i,j} \in F$ は $D_i \times D_j \to R$ なる関数である．$f_{i,j}$ は制約辺に対応する変数値の組合せ $\{(x_i, d_i), (x_j, d_j)\}$ の評価値を表す．問題の最適解は評価値の合計を大域的に最小化 (最適化) する変数値の組合せである．各エージェント (ノード) i は自身の変数 x_i を持つ．メッセージ通信を用いた分散アルゴリズムにより解の探索を行なう．

2.1 Pseudo tree

Pseudo tree[4] は制約網に対する変数の順序付けを与える．Pseudo tree は制約網の全てのノードと全ての制約辺を含む．制約辺は木の辺と後退辺に分類される．ノード i の親ノードを p_i で表す．ノード i の子ノードの集合を C_i で表す．ノード i とからの後退辺を持つ i の祖先ノードの部分集合を PP_i で表す．ノード i を根とする部分木の少なくとも一つのノードとの辺を持つ i の祖先ノードの部分集合を $\overline{PP}_i$ で表す．$\overline{PP}_i$ は p_i を含む.

連絡先: 松井俊浩，松尾啓志, 名古屋工業大学, 名古屋市昭和区御器所町

2.2 最良優先探索に基づく最適解の評価

pseudo-tree と最良優先探索に基づく解の評価方法は ODPOP[5] の論文で提案されている．このような最適解の評価に関しする基本的な部分は pseudo-tree に基づく解法に共通であると考えられる．

ノード i を根とする部分木に関する部分解の集合を S_i で表す．S_i は $\{i\} \cup \overline{PP}_i$ の各ノードの変数値の組合せを含む．部分解 s の評価値 $u(s)$ で表す．$u(s)$ は $[0, \infty)$ の値を取る．

各ノードは部分解 s と評価値 $u(s)$ を親ノード p_i へ送信する．ノード i が s と $u(s)$ を p_i へ送信するとき，ノード i は (x_i, d_i) を s から除く．(x_i, d_i) を除いた部分解の集合を S_i^- で表す．i から p_i へ既に送信された部分解の集合を S_i^{-sent} で表す．S_i^{-sent} は S_i^- の部分集合である．ノード i は解と評価値を最良優先の順序に基づき送信する．ノード $j \in C_i$ から送信され，ノード i により受信された部分解の集合を $S_{i,j}$ で表す．$S_{i,j}$ は S_i の部分解である．また，最近に受信した部分解を $s_j^{last} \in S_{i,j}$ で表す．$S_{i,j}$ に対する評価値の境界は次のように表される．ここで $\simeq$ は 2 つの部分解が矛盾しないことを示す.

$$UB_{i,j}(s) = \begin{cases} \infty & S_{i,j} = \phi \\ u(s_j^{last}) & S_{i,j} \neq \phi, \\ & \{s' | s' \simeq s, s' \in S_{i,j}\} = \phi \\ \max_{s \simeq s_j, s_j \in S_{i,j}} u(s_j) & otherwise \end{cases} \tag{1}$$

$$LB_{i,j}(s) = \begin{cases} \max_{s \simeq s_j, s_j \in S_{i,j}} u(s_j) & \{s' | s' \simeq s, s' \in S_{i,j}\} = \phi \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{2}$$

ノード i と直接接続する祖先ノードと制約辺に対する評価値の合計を $\delta_i(s)$ で表す．$s \in S_i$ についての評価値の上界 $UB_i(s)$, $s \in S_i^-$ についての評価値の上界 $UB_i^-(s)$, は次式で表される．下界も同様に表される．

$$UB_i(s) = \delta_i(s) + \sum_{j \in C} UB_{i,j}(s) \tag{3}$$

$$UB_i^-(s) = \max_{d_i \in D_i} \{UB_i(s \cup \{(x_i, d_i)\})\} \tag{4}$$

最良優先の順序で次の解 $s \in S_i^- \backslash S^{-sent}$ を送信するための条件は，次式で表される．次式の条件を満足するとき，ノード i は s と $u(s) = UB_i^-(s)$ を p_i に送信する．

$$\exists s \in S^- \backslash S^{-sent}, \forall s' \in S^- \backslash (S^{-sent} \cup \{s\}), \quad (5)$$
$$LB_i^-(s) \leq UB_i^-(s')$$

pseudo tree の根ノード r では，最初の最良解が最適解である．ノード r は最適解を決定し，子ノードに通知する．他のノードは同様に親ノードの最適解に対応する最適解を決定し，子ノードに通知する．

上記は pseudo-tree に従ってボトムアップに最良優先探索を行なう ODPOP[5] の概要であるが，同様に pseudo-tree を用いる非同期分散探索手法の Adopt[3] も最良優先探索の面を持つと考えられる．

3. 最良優先探索を考慮した問題についての検討

分散制約充足/最適化問題の難易度の指標として，制約の密度，induced-width などが用いられる．一方で Adopt や ODPOP は最良優先探索が有効な問題において効率的であると考えられるため，そのような性質をもつ問題を，適用の対象として考慮することは重要であると考えられる．一方で，問題の難易度を厳密に設定することは比較的難しいと考えられる．本研究では初期の検討として最良優先探索により速やかに解が得られる問題を元に，一部の評価関数をランダムに変更することで問題の難易度を変更することとした．最良優先探索により速やかに最適解が得られる問題は次のように構成した．

1. n 個の変数，m 個の制約辺 (評価関数) からなる制約網を生成し，制約網に対する pseudo-tree を生成する．
2. 任意の解を最適解として選択する．最適解に含まれる各変数の組に対応する各評価関数の評価値を任意に設定する．
3. pseudo-tree に沿ってボトムアップに最適解のコストを集計する．
4. 各変数ノードにおいて，最適解を構成するものを除いた部分解が，集計された最適解のコストを上回るように，各評価関数の評価値を設定する．

このようにして得られた問題のうち制約を任意個選択し，評価関数の値を任意に再設定した．

4. 評価

上記で検討した手法を用いて作成した問題を用いて各手法の有効性をシミュレーションにより評価した．例題として 3 値変数の問題を用いた．最適解に関する制約の評価値は 1 から 10 のランダムな値とした．*ODPOP*, *Adopt*, について評価した．サイクル数の例を表 1 に示す．best first は ODPOP の最良優先探索でバックトラックが生じない問題である．また，best fist + random は best first の一部の制約辺の重みをランダムに変更した．random はすべての辺の重みをランダムに生成した．最良優先探索が有効な問題では，ODPOP, Adopt ともに探索サイクル数が少ない．最良優先探索が有効でない部分を問題に含むにつれて，探索サイクル数が増加する．また，Adopt は非逐次的な探索のため，random の場合に探索サイクル数の増加は ODPOP より顕著になるが，best fist + random(1/5 edges) においては DPOP よりも探索サイクル数が少ない．問題と探索戦略に依存するバックトラックの生じ方により ODPOP より効率的に動作する可能性があると考えられる．

表 1: サイクル数の比較 (n=10,m=20)

problem/algorithm	Adopt	ODPOP
random	6508	375
best frist	21	19
best first + random (1/5 edges)	113	122

5. まとめ

本論文では，pseudo-tree に基づく DCOP の厳密解法における，最良優先探索の効率を指標とすることを意図し，基礎的な問題により探索効率を評価した．最良優先探索おける局所解からのバックトラックの回数が探索サイクル数を増加させることから，このような性質についての一定の境界を与える指標の導入が有用であると考えられる．また，アーク整合アルゴリズム等の前処理による問題の容易化との関連性や，ヒューリスティック関数の導入などの検討が今後の課題である．

参考文献

[1] J. Liu and K. Sycara, “Exploiting problem structure for distributed constraint optimization”, *Proc. 1st Int. Conf. on Multiagent Systems*, San Francisco, CA, USA, pp.246-253, 6/95.

[2] K. Hirayama and M. Yokoo, “Distributed Partial Constraint Satisfaction Problem”, *Proc. 3rd Int. Conf. on Principles and Practice of Constraint Programming*,

[3] P. J. Modi, W. Shen, M. Tambe and M. Yokoo, “Adopt: asynchronous distributed constraint optimization with quality guarantees”, *Artif. Intell.*, V161, N1-2, pp.149-180, 1/05.

[4] A. Petcu, B. Faltings, “A Scalable Method for Multiagent Constraint Optimization”, *Proc. 9th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*, pp.266-271, 8/05.

[5] A. Petcu and B. Faltings, “O-DPOP: An algorithm for Open/Distributed Constraint Optimization”, *Proc. Int. Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence*, pp.703-708, 7/06.