2C2-4

予算制約を考慮した架空名義入札に頑健なオークションプロトコルの提案

False-name-proof auction protocols for budget-constrained bidders

櫻井 祐子 Yuko Sakurai　斎藤 恭昌 Yasumasa Saito　岩崎 敦 Atsushi Iwasaki　横尾 真 Makoto Yokoo

九州大学大学院システム情報科学研究院
Graduate School of ISEE, Kyushu University

This paper develops strategy/false-name-proof multi-unit auction protocols for non-quasi-linear utilities. One almost universal assumption in auction theory literature is that each bidder has quasi-linear utility. In particular, the well-known VCG protocol is strongly believed to critically depend on the quasi-linear assumption and will break down if this assumption does not hold. We show that with a simple modification, the VCG can handle a non-quasi-linear utility including a utility with budget constraints. However, the VCG is not robust against false-name manipulation. Thus, in this paper, we develop a new false-name-proof open ascending auction protocol for non-quasi-linear utilities.

1. はじめに

インターネットオークションは電子商取引の主要な一分野であり，その取引高は年々増加している．また，学術的にも，インターネットオークションは，人工知能やエージェント技術の有望な適用領域として考えられており，オークションに関する研究は盛んに行われている [Cramton 06].

既存のオークション理論研究のほとんどは，理論解析の簡単化のため，入札者の効用について評価値と支払額の差分で決定する準線形効用を仮定して議論を行っている [Mas-Colell 95]. しかしながら，実世界では支払い可能な金額に上限がある，すなわち，予算制約を持つ場合がある．このような状況は準線形効用では扱うことができない．従って，現実的には入札者の効用が準線形でない場合の議論は重要であるが，既存の研究は少数である．また，インターネットオークションでは従来のメカニズムデザインでは議論されていない問題が生じる可能性がある．特に，近年，ネットワーク環境の匿名性を利用した問題点の１つとして，架空名義入札問題が指摘されている [櫻井 00]. 架空名義入札とは一人の入札者が複数の入札者になりすまして入札することであり，深刻な問題となりえる．そこで，本論文では，予算制約を代表とした，非準線形効用を対象とし，架空名義入札に頑健なオークションプロトコルの検討を行う．

準線形効用の場合，Vickrey-Clarke-Groves (VCG) メカニズムは真の評価値の申告が最適な戦略となる戦略的操作不可能性を満たすプロトコルとして知られている．しかしながら，文献 [Borgs 05] にて，予算制約が存在する場合，VCG メカニズムは戦略的操作不可能性を満たさないことが示されている．そこで，我々は VCG メカニズムを改良することで，予算制約が存在する場合でも戦略的操作不可能性を満たすことを示す．

一方，入札者の効用が準線形の場合でも，VCG メカニズムは架空名義入札に頑健ではないこと，すなわち，架空名義入札により支払額を減少させることができることが示されている．従って，我々は，架空名義入札に頑健なオークションプロトコルとして，公開競上げ式オークションプロトコルの提案を行う．各入札者はアナウンスされた単位価格に対して需要を申告する．本プロトコルは既存のオークションプロトコル [岩崎 04] をベースに提案する．公開競上げ式は Yahoo!オークションなどで適用されているプロトコルと同じ形式である．公開型にすることで，VCG メカニズムなど，主催者に入札情報を全て申告する秘密入札型に比べて，開示する入札情報を少なくすることができる．計算機実験により，本オークションプロトコルは改良した VCG メカニズムと比較して，より良い社会的余剰と売手の収入を得ることが可能なことを示す.

連絡先: 櫻井 祐子 九州大学大学院システム情報科学研究院，日本学術振興会特別研究員 (RPD)，812-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，(092)802-3576, sakurai@agent.is.kyushu-u.ac.jp

2. 問題の定式化

本論文では，K 個の同一財が存在する複数ユニットオークションを対象とする．入札者について入札者集合 $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ $(n \geq K)$ を仮定する．入札者 i は，個人的に観察できるタイプと呼ばれるパラメータによって効用を決定する．本論文では，タイプの集合を Θ とし，入札者 i のタイプを $\theta_i \in \Theta$ とする．タイプ θ_i の入札者が価格 p で k 個を得たときの効用を $u(\theta_i, k, p)$ とする．また，$u(\theta_i, 0, 0) = 0$ とする．k 個を価格 0 で得たときの効用 $u(\theta_i, k, 0)$ をグロス効用と呼び，$v(\theta_i, k)$ とする．次に，予算制約がある場合の効用を定義する．

定義 1 入札者 i は予算制約 b_i を持つとする．入札者 i のタイプが θ_i のときの支払額 p に関する関数を $f(\theta_i, p)$ とする．このとき，効用は $v(\theta_i, k) - f(\theta_i, p)$ で求められ，$f(\theta_i, p)$ を次のように定義する．

$$f(\theta_i, p) = \begin{cases} p, & p \leq b_i \\ \infty, & otherwise \end{cases} \quad (1)$$

予算制約がある場合の効用は非準線形効用関数の典型例の１つである．最も一般的な非準線形効用関数は，グロス効用と支払額の関数に関して分離不可能な効用関数である．本論文では，分離不可能効用関数 $u(\theta, k, p)$ に次の条件を仮定する．

$$\forall k,\ \forall p \leq p' \quad u(\theta_i, k, p) - u(\theta_i, k, p') \geq p' - p \quad (2)$$

この条件は，価格の増加に伴う効用の減少度合いは少なくても線形であるということを意味する

オークションのメカニズムデザインでは，オークションプロトコルが満たすべき性質がいくつか存在する．本論文で特に着目する性質について述べる．

戦略的操作不可能性 あるオークションプロトコルにおいて，各入札者は他の入札者の行動とは無関係に真のタイプを申告することが支配戦略 (効用を最大化する戦略) であるならば，そのプロトコルは戦略操作不可能性を満たす．

架空名義操作不可能性 各入札者が単一名義によって真のタイプを申告することが支配戦略であるならば，そのプロトコルは架空名義操作不可能性を満たす．

3. VCG メカニズム

各入札者の効用が準線形の場合，VCG メカニズムは複数ユニットオークションにおいて戦略的操作不可能性を満たすことが知られている．K 個の同一財が存在する場合の VCG メカニズムは次の通りに定義される．

- 入札者 i は自分のタイプ θ_i を主催者に申告する．$(v(\theta_i, 1), \cdots, v(\theta_i, k), \cdots, v(\theta_i, K))$ を，申告されたタイプに基づく評価ベクトルとする．
- 主催者は，財の割当てと支払額を決定する．

  実現可能な割当ての集合 $\mathbf{X}$ に対して，$\mathbf{x}^*$ は $\mathbf{X}$ において評価値の和を最大化する最適な割り当てとする．つまり，

  $$\mathbf{X} = \{\mathbf{x} = (k_1, \cdots, k_n) | \sum_{i \in N} k_i \leq K\} \quad (3)$$

  としたとき，

  $$V^*(K, \Theta_N) = \sum_{k_i^* \in \mathbf{x}^*} v(\theta_i, k_i^*) = \max_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \sum v(\theta_i, k_i) \quad (4)$$

  とする．このとき，オークションの主催者は入札者 i の支払額を次のように計算する．

  $$p_i(k_i^*) = V^*(K, \Theta_{N \setminus \{i\}}) - V^*(K - k_i^*, \Theta_{N \setminus \{i\}}) \quad (5)$$

さて，文献 [Borgs 05] では予算制約を持つ入札者が存在するとき，VCG メカニズムが戦略的操作不可能性を満たさない例が示されている．各入札者 i は線形のグロス効用を持つとする．すなわち，c_i を 1 個あたりの単位評価値としたとき，k 個の財を得たときのグロス効用を kc_i とする．このとき，予算を考慮して，VCG メカニズムの支払額は k 個の評価値に $\min(kc_i, b_i)$ を適用して決定する．これは予算の方が評価値よりも低ければ，予算の値を適用して支払額を決定するということを意味する．

例 1 2 人の入札者が 2 個の財のオークションに参加するとする．単位評価値 c_i と予算 b_i に関して，入札者 1 は $(c_1, b_1) = (10, 10)$，入札者 2 は $(c_2, b_2) = (3, 5)$ とする．このとき，入札者 i の予算を考慮した評価値は，1 個に対して $v'(\theta_i, 1)$，2 個に対して $v'(\theta_i, 2)$ としたとき，入札者 1 は $(v'(\theta_1, 1), v'(\theta_1, 2)) = (\min(10, 10), \min(20, 10)) = (10, 10)$，入札者 2 は $(v'(\theta_2, 1), v'(\theta_2, 2)) = (\min(3, 5), \min(6, 5)) = (3, 5)$ となる．結果，入札者 1 と 2 は，各々1 個の財を価格 2 と 0 で落札できる．このとき，入札者 1 の効用は $10 - 2 = 8$ となる．入札者 1 が単位評価値を過少申告して $(c_1, b_1) = (5, 10)$ としたとき，2 個の財を価格 5 で得ることができる．従って，入札者 1 の効用は $20 - 5 = 15$ となる．これは入札者 1 が過少申告によって効用が増加しており，*VCG* メカニズムが戦略的操作不可能性を満たさないことを示している．

4. VCG メカニズムの改良

例 1 で示したように，VCG メカニズムは予算制約を持つ入札者が存在するとき，戦略的操作不可能性を満たさない．そこで，我々は戦略的操作不可能なプロトコルの一般的な記述法である価格ベース・調整不要 (Price-Oriented, Rationing-Free, PORF) プロトコル [Yokoo 03] のアイデアを適用した改良を行うことで，VCG メカニズムは予算制約を代表とした非準線形効用も対象可能であることを示す．

4.1 PORF プロトコル

本節では PORF プロトコルについて述べる．一般に，まず，割当てを決定してから支払額の計算を行うが，PORF プロトコルでは各入札者への各割当てに対する支払額の計算法のみを記述する．さらに，プロトコルを PORF の枠組みで記述することで，そのプロトコルの戦略的／架空名義操作不可能性の証明が容易になる．

定義 2 *PORF* は以下のように定義される．

- 入札者 i は自分のタイプ $\tilde{\theta}_i$ を申告する．ただし，真のタイプ θ_i を申告するとは限らない．
- 各入札者 i に対して，任意の $k \leq K$ 個に関する価格を決定する．この価格は i が申告したタイプと独立に決定しなければならないが，他の入札者が申告したタイプには依存してもよい．
- 各入札者 i に対して，効用を最大化する個数を割り当てる．効用を最大化する割当てが複数存在する場合はいずれか一つを割り当てる．
- 価格は割当てられる財の個数の総和が K 以下になるように決定され，割当て可能性を満たす．

PORF は入札者の支払額をその入札者が申告したタイプと独立して決定し，効用を最大化する割当てを決定する．従って，PORF 記述可能なオークションプロトコルが戦略的操作不可能となるのは自明である．

4.2 予算制約を考慮可能な VCG メカニズム

VCG メカニズムは，準線形効用の場合，PORF 記述可能であることが示されている [Yokoo 03]．本節では，非準線形効用を対象可能にするため，PORF 記述の VCG メカニズムを拡張する．まず，k 個の財の価格 $p_i(k)$ を定義する．

$$p_i(k) = V^*(K, \Theta_{N \setminus \{i\}}) - V^*(K - k, \Theta_{N \setminus \{i\}}) \quad (6)$$

ここで，$V^*(K, \Theta_N)$ は以下とする．

$$V^*(K, \Theta_N) = \max_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \sum u(\theta_i, k_i, 0) \quad (7)$$

非準線形効用を対象とした PORF 記述の VCG メカニズムを次のように定義する．

- 各入札者は自分のタイプ θ_i を申告する．
- 主催者は，式 (6) と (7) を適用して，グロス効用に基づき，任意の財の個数に対して価格を決定する．
- 各入札者は，効用を最大化する個数を決定する．

さて，本改良 VCG メカニズムが割当て実現可能性，すなわち，割り当てる財の個数が入札対象の財の個数を超えないことを示す必要がある．準線形効用では PORF 記述の VCG メカニズムが割当て実現可能性を満たすことが示されている．証明の概略としては，非準線形効用の場合，準線形効用と比較して入札者に割当てられる財の個数が多くなることはないことが保証できる．従って，予算制約がある場合における PORF 記述の VCG メカニズムは割当て実現性を満たすことを示すことができる．

次に，改良 VCG メカニズムが予算制約が存在する場合でも戦略的操作不可能性を満たすことを例によって示す．

例 2 2 人の入札者が 2 個の同一財のオークションに参加するとする．このとき，入札者 i のグロス効用 $v(\theta_i, k)$ を入札者 1 は $(v(\theta_1, 1), v(\theta_1, 2)) = (10, 20)$，入札者 2 は $(v(\theta_2, 1), v(\theta_2, 2)) = (1, 2)$ とする．このとき，1 個，2 個に対する入札者 1 の価格はそれぞれ $(1, 2)$，入札者 2 は $(10, 20)$ となる．ここで，入札者 1 の予算が 10，入札者 2 の予算が 8 とする．結果，入札者 1 は価格 1 で 1 個の財を得ることができるが，入札者 2 は予算を超えているため，財を得ることができない．

5. 架空名義入札に頑健な公開競上げ式オークションプロトコルの提案

インターネット上では，ネットワークの匿名性を利用した架空名義入札が深刻な問題となりえる．しかしながら，VCG メカニズムは架空名義入札に頑健ではないことが指摘されている．そこで，本章では，架空名義入札に頑健な公開競上げ式複数ユニットオークションプロトコル (NQ-AOP) の提案を行う．既存の架空名義入札に頑健な複数ユニットオークションプロトコル (AOP) をベースに提案する．

NQ-AOP プロトコルは以下のように定義される．

- オークション主催者は，ラウンド $l \in \{0, \ldots, L\}$ において，単位価格 p^l をアナウンスする．各入札者は以下の式 (8) に基づいて，現在の単位価格に対する需要を申告する．

  単位価格 p^l における，入札者 i の効用を最大化する需要を示す需要関数 $d_i(p^l)$ を定義する．一般的な需要関数は準線形効用に基づくが，本論文では非準線形効用関数も対象にできるように拡張する．

$$d_i(p^l) = \inf\{k \mid \arg\max_k u(\theta_i, k, kp^l)\} \quad (8)$$

  ここで，主催者がアナウンスする単位価格と入札者が申告する需要に対して次の条件をおく．

  - 主催者は常に単位価格を競上げる．

$$\forall l, \quad p^{l-1} < p^l \quad (9)$$

  - 入札者 i は需要を下げることはできない．

$$\forall p' < p'', \quad d_i(p'') \le d_i(p') \quad (10)$$

- オークションは $d(p^L) \le K < d(p^{L-1})$ を満たすラウンド L にて終了する．
- 入札者 i は，可能な供給集合 $\{s_i^l \mid 1 \le l \le L\}$ において効用を最大化する個数 $s_i^{l^*}$ を選択することができる．

$$s_i^l = \min\{d_i(p^l), s^{\sim i}(p^l)\} \quad (11)$$

  $s^{\sim i}(p^l)$ は単位価格 p^l における入札者 i の残余供給曲線とし，以下で与えられるとする．

$$s^{\sim i}(p^l) = \max\{K - \sum_{i' \neq i} d_{i'}(p^l), 0\} \quad (12)$$

次に，NQ-AOP の例を示す．

例 3 2 入札者が 2 個の同一財のオークションに参加するとし，価格の最小単位を 0.1 とする．このとき，グロス効用 $v(\theta_i, k)$ と予算 b_i は次のように与えられるとする．

	$v(\theta_i, 1)$	$v(\theta_i, 2)$	b_i
入札者 1	0	10	4
入札者 2	6	12	6

このとき，表 1 の通り，主催者は単位価格 p^l を競上げていく．主催者は l ラウンドに価格 p^l をアナウンスし，各入札者 i はその価格における需要 $d_i(p^l)$ を申告する．

単位価格 p^l	0	2	2.1	3	3.1
$d_1(p^l)$	2	2	0	0	0
$d_2(p^l)$	2	2	2	2	0
$\sum_{i \in \{1,2\}} d_i(p^l)$	4	4	2	2	0
$s^{\sim 1}(p^l)$	0	0	0	0	2
$s^{\sim 2}(p^l)$	0	0	2	2	2

表 1: 例 3 の入札状況

結果，単位価格が 2.1 のとき，入札者 2 の残余供給は 2 となる．従って，入札者 2 は単位価格 2.1 で 2 個を得ることができる．

NQ-AOP プロトコルは PORF プロトコルとして記述可能であるため．戦略的操作不可能性を満たすことは自明である．従って，割当て実現可能性と架空名義入札への頑健性を示す．

定理 1 *NQ-AOP* は，各入札者が効用を最大化する個数以下の個数を選択すれば，割当て実現可能性を示す．

証明 1 $\sum_{i \in N} s_i^{l^*} > K$ を仮定し矛盾を導く．$s_i^{l^*}$ の単位価格を $p_i^{l^*}$ とする．p_t を全ての $p_i^{l^*}$ における最小値とする．全ての入札者 $i \neq t$ に対して，$p_i^{l^*} \ge p_t$ より $d_i(p_i^{l^*}) \le d_i(p_t)$ が成り立つ．

$$d_t(p_t) \ge s_t^{l^*} \ge K - \sum_{i \neq t} s_i^{l^*} \ge K - \sum_{i \neq t} d_i(p_t)$$

従って，$d_t(p_t) \ge s^{\sim t}(p_t)$ を導くことができる．これは $d_t(p_t)$ の定義である式 (11) に矛盾する．よって，$\sum_{i \in S} d_i(p^{l^*}) = \sum_{i \in S} s_i^{l^*} \le K$ が示せた．

定理 2 *NQ-AOP* は架空名義入札に対して頑健である．

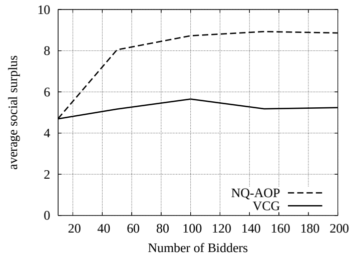

図 1: 社会的余剰の比較

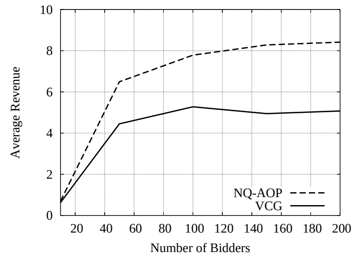

図 2: 収入の比較

証明 2 入札者 i は 2 つの名義 i' と i'' を使っても支払額が減少しないことを示す．入札者 i' は単位価格 p' で k' 個，入札者 i'' は単位価格 p'' で k'' 個を得るとする．$p' \leq p''$ とする．

$$\begin{aligned} d_{i'}(p') &\leq K - \sum_{a \neq i'} d_a(p') \\ &= K - \sum_{a \neq \{i', i''\}} d_a(p') - d_{i''}(p') \\ &\leq K - \sum_{a \neq \{i', i''\}} d_a(p') - d_{i''}(p'') \end{aligned}$$

従って，次の不等式を導くことができ，

$$d_{i'}(p') + d_{i''}(p'') \leq K - \sum_{a \neq \{i', i''\}} d_a(p') \leq s^{\ i}(p')$$

複数名義を入札しても効果がないことを示せた．

他の入札者の入札情報について観察不可の場合と観察可能な場合の入札者の戦略に関する定理を以下に与える．

定理 3 *NA-AOP* では，主催者が公開する情報以外の他の入札者の入札情報が観察不可の場合，真の需要を申告することが全ての入札者にとって弱支配戦略となる．

証明 3 入札者 i は単位価格 p^l の需要について，$d'_i \neq d_i(p^l)$ を申告しても効用が増加しないことを示す．まず，入札者 i が過少申告した場合 $(d'_i < d_i(p^l))$，式 (11) より，供給 s_i^l が減少し，効用は増加しない．一方，入札者 i が過大申告 $(d'_i > d_i(p^l))$ した場合，2 つの状況を考える．$d_i(p^l) \geq s^{\sim i}(p^l)$ のとき，入札者 i の供給 s_i^l は，過大申告をしたとしても，$s^{\sim i}(p^l)$ のままである．また，$d_i(p^l) < s^{\sim i}(p^l)$ のとき，$d_i(p^l)$ は式 (8) より最適な需要である．従って，d'_i を申告しても効用を増加させることができず，真の需要を申告することが弱支配戦略となる．

定理 4 *NQ-AOP* において，私的価値を仮定する場合，入札者がどのような情報を観察できても，全ての入札者が真の需要を申告することが事後的完全均衡となる．

紙面の都合上，詳細な証明は省くが，定理 3 と同様の議論により証明可能である．

6. 評価実験

VCG メカニズム，NQ-AOP プロトコルにおいて各入札者に予算制約が存在する場合を対象とした計算機実験を行う．問題設定は以下の通りとする．まず，入札者 i の評価値を all-or-nothing とする．二項分布 $B(K, p)$ から財の個数 k_i を選ぶ．次に，k_i 個の財に対する評価値 v_i を $[0, k_i]$ から選択する．さらに，入札者 i の予算制約について $[0.5v_i, 1.5v_i]$ の範囲でランダムに選ぶ．10 個の財に対して 100 個の異なるインスタンスを生成した．$K = 10$，$p = 0.1$ とする．入札者数を変動させたときの得られる社会的余剰の平均値，収入の平均値を図 1, 図 2 にそれぞれ示す．結果より，NQ-AOP は VCG メカニズムよりも良い結果を得ることができた．

7. おわりに

従来のオークションのメカニズムデザインでは，入札者の効用は準線形であることを仮定して議論が行われていた．しかしながら，実際には入札者は予算制約などの金銭的な制約が存在し，必ずしも準線形効用で効用を表現することができない．そこで，本論文では，予算制約を代表とした非準線形効用を対象可能にするために VCG メカニズムの改良を行った．さらに，インターネットネットオークションで深刻な問題になりえる架空名義入札に架空名義入札に頑健な公開型競上げ式プロトコルの提案を行った．今後の課題は，非準線形効用を対象とした組合せオークションプロトコルの提案を行うことである．

参考文献

[Borgs 05] Borgs, C., Chayes, J., Immorlica, N., Mahdian, M., and Saberi, A.: Multi-unit auctions with budget-constrained bidders, *EC'05*, pp. 44–51 (2005)

[Cramton 06] Cramton, P., Shoham, Y., and Steinberg, R. eds.: *Combinatorial Auctions*, The MIT Press (2006)

[岩崎 04] 岩崎 敦, 横尾 真, 寺田 賢二：架空名義入札に頑健な公開競上げ式複数同一財オークションプロトコル, 人工知能学会論文誌, Vol. 19, No. 4, pp. 334–342 (2004)

[Mas-Colell 95] Mas-Colell, A., Whinston, M. D., and Green, J. R.: *Microeconomic Theory*, Oxford University Press (1995)

[櫻井 00] 櫻井 祐子, 横尾 真, 松原 繁夫：電子商取引における一般化 Vickrey オークションの問題点: 架空名義入札に対する頑健性, コンピュータソフトウェア, Vol. 17, No. 2, pp. 1–9 (2000)

[Yokoo 03] Yokoo, M.: The Characterization of Strategy/ False-name Proof Combinatorial Auction Protocols: Price-oriented, Rationing-free Protocol, *IJCAI-03*, pp. 733–739 (2003)