3E6-2

# 開環境での協力ゲームにおける解の簡略表記法の評価と算出方法の提案

Evaluation of Compact Representation Scheme and Proposal of Solution Concept for Coalitional Games in Open Anonymous Environments

佐藤恭史[*1] Yasufumi Satoh　大田直樹[*1] Naoki Ohta　横尾真[*1] Makoto Yokoo　岩崎敦[*1] Atsushi Iwasaki

[*1]九州大学大学院システム情報科学府
Graduate School of ISEE, Kyushu University

Coalition formation is an important capability of automated agents. Coalitional game theory provides various solution concepts that describe how the gains from cooperation should be distributed to make the coalition stable. Recent research has revealed that these traditional solution concepts are vulnerable to various manipulations in open anonymous environments such as the Internet. Therefore, we have developed a new solution concept (i.e., anonymity-proof core), which is robust against such manipulations. Also, we have developed a compact representation scheme of the outcome function to reduce the representation size of an outcome function.

In this paper, we evaluate the effect of this compact representation scheme using computer simulation. More specifically, we evaluate the reduction of the representation size and computation time obtained by the compact representation scheme. The evaluation result shows that a significant reduction can be obtained when the number of coalitions that introduce synergy is relatively small.

## 1. 序論

協力ゲームとは複数の参加者 (エージェント) が協力して獲得した利得を分配する方法に関する研究分野であり，解概念と呼ばれる，様々な望ましい性質を持つ利得の分配方法が提案されている [武藤 01]. 動的に他のエージェントと提携を形成し，自らの利益を拡大することは自律的なエージェントに必要とされる基本的な機能であり，マルチエージェントシステムにいて，エージェントが提携を組んだ際の利得の分配方法としてこれらの解概念を用いることが検討されている [Conitzer 03]. また，近年のインターネットの発達によって，複数の小さなベンチャー企業が提携し，仮想的な組織を動的に構成することが可能となっている．このような場面において，協力ゲームの研究成果を用いることが期待される．しかし，インターネットのような匿名の開環境では，従来の協力ゲームの解概念において，エージェントが不正に利得を増加させる誘因があることが判明している．具体的には，一人のエージェントが複数のエージェントとして振舞う，複数のエージェントが単一のエージェントとして振舞う，といった不正行為が可能になる．そのため，匿名な開環境でエージェントが不正行為を行ったとしても，利得が増加しえない解概念である匿名操作不可能コアが提案されている [Yokoo 05].

また，匿名操作不可能コアのような，匿名の開環境で適用可能な解概念には，解となる配分の表記量が，参加するエージェントの数に対して指数的に増加するという問題点があり，配分を簡略に表記する簡略表記法が提案されている [Ohta 06].

本論文では，簡略表記法を用いた場合の解の表記量および解を求める計算時間に関して評価を行う．具体的には，入力となる特性関数の表記量を変化させ，出力の解の表記量，および匿名操作不可能コアを求めるための計算時間を計測，比較する．

本論文は，まず既存研究として，協力ゲームについての基本的な概念について説明する．次に，匿名の開環境で起こりうる不正な操作について説明し，匿名の開環境で適用可能な解概念である匿名操作不可能コアについて説明する．そして，簡略表記法について説明する．最後に計算機実験を行い，その結果について評価を行う．

連絡先: 佐藤恭史，九州大学大学院システム情報科学府，812-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，(092)802-3576，satoh@agent.is.kyushu-u.ac.jp

## 2. 協力ゲーム

### 2.1 モデル

本節では協力ゲームのモデルを示す．このモデルは文献 [Yokoo 04] のモデルに基づいており，匿名の開環境でエージェントが実行可能な操作を定式化するため，スキルという概念を用いている．

**定義 1** (スキル) スキルとは，個々のエージェントが持つ分割不可能な技能のことである．各エージェントは 1 つないしは複数のスキルを持つ．各スキルはそれぞれ固有の名称を持ち，同じ技能のスキル同士であっても区別可能であるとする．

**定義 2** (スキルの提携) スキルの提携とは，全てのスキルの集合を $T$ とした時の $S \subseteq T$ を満たす集合のことである．

**定義 3** (スキルの特性関数) スキルの特性関数 $v : 2^T \to \Re$ ($T$ はスキルの全体集合) は，任意のスキルの集合 $S(\subseteq T)$ に対して，$S$ を持つエージェントが協力した際の利得 $v(S)$ を与える．

二つの提携が協力した時，少なくとも個々の提携で得られる利得の和を得ることができると考えるのは自然である．このような性質を持つ特性関数を，優加法的な特性関数という．

**定義 4** (優加法的な特性関数) $S \cap S' = \emptyset$ となる任意の提携 $S, S'$ について，$v(S) + v(S') \le v(S \cup S')$ を満たすような特性関数を，優加法的であるという．

本論文では，特性関数は全て優加法的であると仮定する．また，スキルベースの協力ゲームにおいて，エージェントに与える利得は，エージェントが持つ全てのスキルに与えられた利得の総和である．

### 2.2 匿名の開環境で適用可能な解概念

まず，匿名の開環境でエージェントが行いうる不正な操作について説明する．不正な操作には，架空名義入札，スキルの隠蔽，共謀などがある．

- 複数のスキルを持つエージェントは，それらを分割し，複数のエージェントであるかのように振舞うことができる．ただし，全てのスキルはユニークであるため，同じスキルを複数エージェントに持たせることはできない．
- 複数のスキルを持つエージェントは，それらの一部しか所持していないかのように振舞うことができる
- 複数のエージェントは，互いにスキルを持ち寄ることで，一人のエージェントとして振舞うことができる．

これらの不正行為は組み合わせて使うことができる．ここで，これらの不正行為の内，共謀，架空名義の利用に関しては，スキルをベースにした協力ゲームを用いることで利得が増加しなくなることが示されている．
次に，匿名の開環境で適用可能な解概念について説明する．匿名の開環境で適用可能な解概念とは，前述の不正行為によって，エージェントの利得が増加しないような解概念であり，その解は利得関数 $\pi$ で表される．ここで，全てのスキルの集合を $T$ とする．

**定義 5** (利得関数) 利得関数 $\pi(s,S)(s \in S, S \subseteq T)$ は，ゲームに参加したスキルの集合が $S$ であった場合の，$s$ を所持するエージェントが受け取る利得を表す．

利得関数を用いるのはスキルの隠蔽を防止するために，任意のスキル集合 $S \subseteq T$ に参加した場合の配分を決定する必要がある為である．

**定義 6** (匿名操作不可能コア) 匿名操作不可能コアとは，従来の解概念であるコアを，匿名の開環境で適用可能なように拡張したものである．その解は，以下の条件を満たすものである．$\forall B \subseteq T, \forall S \subset B, \forall S' \subset S$ に対して，

$$\sum_{s \in S} \pi(s,B) \geq v(S) \tag{1}$$

$$\sum_{s \in B} \pi(s,B) = v(B) \tag{2}$$

$$\sum_{s \in (B \setminus (S \setminus S'))} \pi(s,B) \geq \sum_{s \in S'} \pi(s,S) \tag{3}$$

式 1，式 2 は，コアと同様であり，式 3 は，スキルを隠蔽する誘因を生じさせない (匿名操作不可能である) ことを表す．また，前述の通り，スキルをベースにした協力ゲームであるため，共謀，架空名義入札を利用する誘因は存在しない．

**例 1** 参加しうるスキルの集合 $T = \{a,b,c,d,e\}$，以下のように定義されるスキルの特性関数 $v$ を持つゲームを考える．

- $v(\{a,b,c,d,e\}) = 2$
- $v(\{a,b,d,e\}) = v(\{b,c,d,e\}) = 2$
- $v(\{a,b,c,d\}) = v(\{a,b,c,e\}) = v(\{a,c,d,e\}) = 1$
- $v(\{a,b,c\}) = v(\{a,b,d\}) = v(\{a,b,e\}) = v(\{a,d,e\}) = v(\{b,c,d\}) = v(\{b,c,e\}) = v(\{b,d,e\}) = v(\{c,d,e\}) = 1$
- $v(\{a,b\}) = v(\{b,c\}) = v(\{d,e\}) = 1$
- 上記以外の部分集合 $S \subset \{a,b,c,d,e\}$，$v(S) = 0$

このとき，各スキルに与える利得は，以下の条件を満たす利得関数の集合になる．

- $\pi(b,\{a,b,\ldots\}) = \pi(b,\{b,c,\ldots\}) = 1$
- $\pi(d,\{d,e,\ldots\}) = p$，$\pi(e,\{d,e,\ldots\}) = 1-p$ $(0 \leq p \leq 1)$
- 上記以外のスキルの集合 $S \subset \{a,b,c,d,e\}$，及びスキル $s \in S$ について，$\pi(s,S) = 0$

例えば，実際にゲームに参加したスキルの集合が $\{a,b,c,d,e\}$ となるとき，$b = 1, d = p, e = 1-p$ という配分を与えることになる．

### 2.3 簡略表記法

匿名操作不可能な解概念は，解となる利得関数の数がスキルの数に対して指数的に増えていくことが判っている．そのため，利得関数を簡略に表記する方法が提案されている．簡略表記を行うために，まずシナジー提携集合 (Synergy Coalition Group, 以下 SCG) という概念を説明し，それを拡張した概念である汎シナジー提携集合 (Generalized Synergy Coalition Group, 以下 GSCG) を説明する．

**定義 7** (シナジー提携集合) シナジー提携集合 (SCG) [Conitzer 03] とは，以下で示されるような，その提携が組まれることで新しい価値を生み出すような提携の集合のことである．

- $\bigcup_i S_i = S, \forall i,j,\ i \neq j, S_i \cap S_j = \emptyset$ となる任意のスキルの集合 $\boldsymbol{S} = \{S_1,\ldots,S_i,\ldots\}$ について，$v(S) > \sum_{S_i \in \boldsymbol{S}} v(S_i)$ が成立

また，あるゲームの特性関数の値は，S が SCG の要素なら，定義されている値，それ以外の場合は，以下の式で表すことができる．

$$v(S) = \max\{\sum_{1 \leq j \leq k} v(S_j) | \bigcup_{1 \leq j \leq k} S_j = S, \text{all the } S_j \text{ are disjoint}\}$$

**例 2** 例 1 の協力ゲームでは，SCG は $\{\{a,b\},\{b,c\},\{d,e\}\}$ となる．

次に，汎シナジー提携集合について説明する．

**定義 8** (汎シナジー提携集合) 汎シナジー集合 (GSCG) とは，以下の規則によって定義される提携の集合である．

- $S \in SCG$ なる提携すべてに関して $S \in GSCG$
- $S_1 \in GSCG$ かつ $S_2 \in GSCG$ なる $S_1, S_2$ について，$S_1 \cap S_2 \neq \emptyset$ ならば，$S_1 \cup S_2 \in GSCG$

**例 3** 例 1 の協力ゲームでは，GSCG は $\{\{a,b\},\{b,c\},\{a,b,c\},\{d,e\}\}$ となる．

次に，GSCG を用いた利得関数の簡略表記について説明する．ここでは，最初に簡略表記法に用いられる概念である，スキルの集合の，GSCG への写像について説明する．次に，この写像を用いて，利得関数を簡略に表記する方法を説明する．

**定義 9** (スキルの集合の GSCG への写像) あるスキルの集合 $S$ の GSCG への写像 $P_S$ は以下のように定義される．

$$P_S = \{C | C \in GSCG, C \subseteq S, \text{and } \forall C', \\ \text{where } C \subset C' \subseteq S, C' \notin GSCG\}$$

**例 4** 例 1 の協力ゲームにおいて，スキルの提携 $\{a, b, c, d, e\}$ の GSCG への写像は $\{\{a, b, c\}, \{d, e\}\}$ となる．

次に，GSCG への写像を用いて利得関数を簡略に表記する方法を説明する．まず，簡略表記利得関数を説明する．

**定義 10** (簡略表記利得関数) 簡略表記利得関数 $\pi_c$ は，第 2 引数に $S \in GSCG$ を満たす任意のスキル集合 $S$ を，第 1 引数に $s \in S$ を満たす任意のスキル $s$ をとる関数である．$\pi_c(s, S)$ は，実際にゲームに参加したスキル集合が $S$ であるとき，スキル $s$ が受け取る利得である．

**例 5** 例 1 の協力ゲームについて，簡略表記利得関数 $\pi(s, S)$ の引数は，第 2 引数のとりうる集合が $\{a, b\}, \{b, c\}, \{d, e\}, \{a, b, c\}$ となり，第 1 引数が $s \in S$ を満たすスキルである ($S$ は第 2 引数がとりうる集合)．この引数の組は，利得関数の引数の組に比べて少なくなっていることが分かる．

簡略表記利得関数を用いて，以下の様に利得関数が表現できる．

**定義 11** (簡略表記可能な利得関数) 任意のスキルの集合 $S$, 及び $s \in S$ について，以下の条件を満たす利得関数 $\pi$ は，簡略表記利得関数 $\pi_c$ によって簡略表記が可能である．

$$\pi(s, S) = \begin{cases} \pi_c(s, P) & (s \in P,\ P \in P_S \text{となる } P \text{ が存在する}) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$

このことから，任意の簡略表記利得関数は，利得関数を簡略に表記しているといえる．

次に，匿名操作不可能コアの中には必ず簡略表記可能な利得関数が存在することを説明する．匿名操作不可能コアの解となる利得関数を簡略表記する簡略表記利得関数は，次の 2 つの条件を満たす必要がある．

- 匿名操作不可能な簡略表記関数であること
- SCG に対するノンブロッキング条件を満たすこと

まず，匿名操作不可能な利得関数について説明する．

**定義 12** (匿名操作不可能な簡略表記利得関数) 匿名操作不可能な簡略表記利得関数 $\pi_c$ とは，以下の条件を満たす簡略表記利得関数である．ただし，任意のスキルの集合 $S$ の GSCG への写像を $P_S$ とする．$\forall B \in GSCG, \forall S \subseteq B, \forall S' \subset S$ に対して，

$$\sum_{P \in P_{B \setminus (S \setminus S')}} \sum_{s \in (S' \cap P)} \pi_c(s, P) \leq \sum_{s \in (B \cap S)} \pi_c(s, B) \quad (4)$$

匿名操作不可能な簡略表記利得関数とは，スキルを隠蔽する誘因を持たない簡略表記利得関数のことである．また，匿名操作不可能な簡略表記利得関数 $\pi_c$ によって簡略表記される利得関数 $\pi$ は，匿名操作不可能な利得関数であることが示されている [Ohta 06]．

次に，SCG に対するノンブロッキング条件を定義し，2 つの条件を満たす簡略表記利得関数が匿名操作不可能コアの解となる利得関数を簡略に表記していることを説明する．

**定義 13** (SCG に対するノンブロッキング条件) SCG に対するノンブロッキング条件を満たす簡略表記利得関数 $\pi_c$ とは，$\forall B \in GSCG$，及び $\forall S \in SCG, S \subseteq B$ について，以下の式を満たす簡略表記利得関数である．

$$\sum_{s \in S} \pi_c(s, B) \geq v(S) \quad (5)$$

また，SCG に対するノンブロッキング条件を見たす匿名操作不可能な簡略表記利得関数 $\pi_c$ について，$\pi_c$ で表される利得関数 $\pi$ は，匿名操作不可能コアに含まれるということは示されている [Ohta 06]．

**例 6** 例 1 と同じ協力ゲームについて考える．このゲームの匿名操作不可能コアに含まれる利得関数 $\pi$ は，以下に示す簡略表記利得関数 $\pi_c$ によって簡略表記可能である．

- $\pi_c(a, \{a, b, c\}) = \pi_c(c, \{a, b, c\}) = 0, \pi_c(b, \{a, b, c\}) = 1$
- $\pi_c(a, \{a, b\}) = 0, \pi_c(b, \{a, b\}) = 1$
- $\pi_c(b, \{b, c\}) = 1, \pi_c(c, \{b, c\}) = 0$
- $\pi_c(d, \{d, e\}) = p, \pi_c(e, \{d, e\}) = 1 - p \ (0 \leq p \leq 1)$

この $\pi_c$ から 1 つの匿名操作不可能コアに含まれる利得関数 $\pi$ を求めることができる．例えば $\pi(b, \{a, b, c, d, e\})$ を求める場合，$\{a, b, c, d, e\}$ の GSCG への写像は，{{a,b,c},{d,e}} となる．よって，$\pi(b, \{a, b, c, d, e\}) = \pi_c(b, \{a, b, c\}) = 1$ となる．

上の例より，利得関数を簡略表記することで，表記量を減らすことができることが分かる．

また，ある協力ゲームについて，匿名操作不可能コアが非空である場合，匿名操作不可能コアに含まれ，かつ簡略表記可能な利得関数 $\pi$ が存在するということが示されている [Ohta 06].

## 3. 匿名操作不可能コアの算出方法

本節では，匿名操作不可能コア，および簡略表記法を用いた匿名操作不可能コアの算出方法について説明する．
まず，匿名操作不可能コアの算出方法について説明する．算出には以下の最適化問題を用いる．$\forall B \subseteq T, \forall S \subset B$ に対して，

$$\begin{aligned} \textit{minimize} &: \epsilon && (6) \\ \textit{subject to} &: \text{式 } 2, 3 && \\ & \sum_{s \in S} \pi(s, B) \geq v(S) - \epsilon && (7) \end{aligned}$$

このとき，$\epsilon \leq 0$ ならば，匿名操作不可能コアは存在し，その解は最適化された $\pi$ となる．

次に，簡略表記を用いた際の匿名操作不可能コアを算出する方法を説明する．算出には以下の最適化問題を用いる．$\forall B \in GSCG, \forall S \in SCG, S \subset B$ に対して，

$$\begin{aligned} \textit{minimize} &: \epsilon && (8) \\ \textit{subject to} &: \text{式 } 4 && \\ & \sum_{s \in S} \pi_c(s, B) \geq v(S) - \epsilon && (9) \\ & \sum_{s \in B} \pi_c(s, B) = v(B) && (10) \end{aligned}$$

このとき，$\epsilon \leq 0$ ならば，匿名操作不可能コアとなる簡略表記利得関数は存在し，その解は最適化された $\pi_c$ となる．
ここで，式 7，式 10 は，それぞれ式 1，式 5 を，匿名操作不可能コアを算出する為に変形したものであり，匿名操作不可能最小コア [Yokoo 05] のアイデアを用いたものである．

簡略表記を用いた場合でも，最悪時には計算量は変化しない．これは，SCG の数が充分多い場合，簡略表記可能な利得関数の数が減り，最適化問題に必要な制約式の数が，通常表記を行った場合と変わらなくなる為である．

## 4. 実験

本節では，簡略表記法を用いた匿名操作不可能コアの解となる利得関数の表記量および算出時間に関する検証を行う．

### 4.1 実験設定

参加しうるスキルの数が 8 の協力ゲームについて考える．全ての提携 $2^8 - 1 = 255$ 個について考え，この提携の中からランダムで $k$ 個 SCG を選出し，それを用いて特性関数を決定する．決定された特性関数を用いて，簡略表記を用いた場合と，通常の表記を行った場合について，匿名操作不可能コアの解を算出し，その解の表記量，算出時間を測定する．算出は SCG の数 (1〜255) 全てについて行い，それを 1 インスタンスとして 50 インスタンス行う．解の表記量，算出時間はその平均を取る．また，算出時間は，全ての制約式から目的式を最小化するために掛かる時間について測定する．

### 4.2 評価

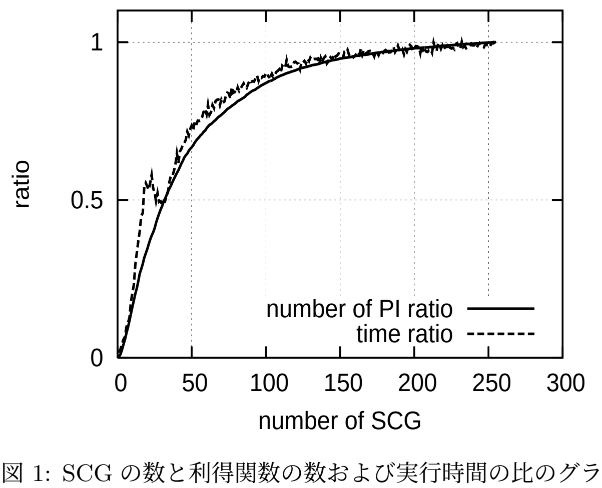


図 1: SCG の数と利得関数の数および実行時間の比のグラフ

図 1 は，SCG の数と，簡略表記を行った場合と通常表記を行った場合の利得関数の数，および算出時間の比を表したものである．number of PI ratio は利得関数の数の比を，time ratio は算出時間の比を，それぞれ表す．図 1 より SCG の数が十分少ない場合，簡略表記利得関数の表記量および配分の算出時間は，通常の表記を行った場合に比べ，十分小さいことがわかる．具体的には 255 個の内 32 個の提携 (約 12%) が SCG となるように特性関数を設定した場合，通常の半分程度の表記量，算出時間で解を算出できる．また全体の約半分以上の提携が SCG となるように特性関数を設定した場合，表記量および算出時間は，通常表記とほぼ差がなくなる．しかし，SCG となる提携の数が全体の提携の半分以上を占めるということは，スキルの大半がそれぞれ相互関係を持ち，かつ似たようなスキルは存在しないという条件が必要となり，そのような状況はほとんどないと考えられる．そのためこの簡略表記利得関数は十分実用的であると考えることができる．

## 5. 結論

開環境での協力ゲームでエージェントが実行可能な不正行為に対応するため，匿名操作不可能な解概念が提案されている．また，匿名操作不可能な解概念の表記量 (スキルの数に対して指数的) を削減するため，入力となる特性関数を簡略に表記することにより，解概念を簡略に表記する方法が提案されている．しかしながら，この簡略表記法を用いた場合でも，最悪ケースの表記量は入力の SCG の数に対して指数的となる．

本論文では，平均的な場合での簡略表記法による表記量の削減効果を評価するため計算機実験を行った．また，簡略表記法の利用による，解概念を算出するために要する時間の削減効果の評価も併せて行った．これらの実験により，入力の SCG の数が適切な範囲にある場合には表記量，計算時間共に，十分な削減効果があることが示された．具体的には，例えば，全提携の約 12%の提携が SCG となるように特性関数を設定した場合，通常表記の 5 割程度の表記量および計算時間で解を算出できるいう結果を得た．

## 参考文献

[Conitzer 03] Conitzer, V. and Sandholm, T.: Complexity of determining nonemptiness of the core., *Eighteenth International Joint Conference on Artificial Interigence (IJCAI)*, pp. 613–618 (2003)

[Conitzer 04] Conitzer, V. and Sandholm, T.: Computing Shapley values, manipulating value division schemes,and checking core membership in multi-issue domains., *Nineteenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*, pp. 219–225 (2004)

[Ohta 06] Ohta, N., Iwasaki, A., Yokoo, M., Maruono, K., Conitzer, V., and Sandholm, T.: A Compact Representation Scheme for Coalitional Games in Open Anonymous Environments., *Twenty-first National Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*, pp. 509–514 (2006)

[Yokoo 04] Yokoo, M., Sakurai, Y., Matsubara, S., Ohta, N., and Iwasaki, A.: The effect of false-name bids in combinatorial auction: New fraud in Internet auctions., *Games and Economic Behavior*, Vol. 46, No. 1, pp. 174–188 (2004)

[Yokoo 05] Yokoo, M., Conitzer, V., Sandholm, T., Ohta, N., and Iwasaki, A.: Coalitional games in open anonymous environments., *Twentieth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*, pp. 509–515 (2005)

[武藤 01] 武藤滋夫：日経文庫経済学入門シリーズ　ゲーム理論入門, 日経文庫 (2001), ISBN978-4-532-10829-8