

Bounds on the Causal Effects in Studies with a Latent Response Variable

黒木 学*¹ 蔡 志 紅*²
Manabu Kuroki Zhihong Cai

*¹大阪大学基礎工学研究科

Graduate School of Engineering Science, Osaka University

*²京都大学医学研究科

School of Public Health, Kyoto University

We consider the problem of estimating the causal effect in studies with a latent response variable. Such a response variable renders the causal effect unidentifiable even in cases where there is no unmeasured confounders. When there are at least two surrogate variables that are affected by the response variable, we derive the closed-form formulas for the tightest bounds of the causal effect. These universal bounds present a range within which the causal effect must lie, and enable practitioners to assess the causal effect for any data with minimum computational effort.

1. はじめに

医学, 工学, 社会科学をはじめとする実質科学の諸分野では, 興味の対象となっている現象を制御するために, さまざまな行動計画が策定・実施されている. その際, 適切な行動計画を策定するためには

ステップ 1: 現象を引き起こす物理的メカニズムを解明する.
ステップ 2: ステップ 1 に基づいて行動計画を策定する.

という手続きをとることが必要となる. このとき, ステップ 2 において事前評価を行うことなく行動計画を実施した場合, コスト, 倫理, 技術など多くの面でさまざまな問題が引き起こされ, 取り返しのつかない事態を招いてしまうことがある. そのため, ステップ 2 では”実際に計画を実施した場合, 現象がどの程度が変化するのか”をあらかじめ評価しておくことが重要となる. 一方, ステップ 1 は困難な作業であり, 現象の変化を評価するのに十分な情報が得られないことが多い. このような場合, 適切な行動計画を策定することができず, 問題の解決に至らなかったケースがしばしば見受けられる.

さて, このような行動計画の定量的評価の問題は, 因果効果の定量的評価に関する問題に帰着される. ここに, 因果効果とは, ”行動計画を実施した (処理変数に対して外的操作を行なった) 際に引き起こされる反応変数の分布の変化”とみなすことができる. 一般に, 因果メカニズムが解明されない場合, 因果効果を定量的に評価することはできない. しかし, 実質科学では, わずかな因果情報を頼りに, 因果効果の定量的評価を行わざるを得ない状況におかれることが多い.

このような状況において因果効果を定量的に評価するために, [Manski 90; Pearl 00; Robins 89] は因果効果の存在範囲を導出する方法論を提案した. また, [Balke and Pearl 94a, 94b] は, 反事実モデルとベイジアンネットワークの関係について考察を行い, 因果効果の存在範囲を求める問題が線形計画問題に帰着できることを指摘した. さらに, [Balke 95] は, この考察に基づいて, 因果効果の存在範囲を定式化するアルゴリズムを開発し, ランダム化臨床試験における治療効果の推定問題に適用した [Balke and Pearl 97]. ここに, これらの議論では, 反応変数は観測可能であると仮定されていることに注意しなければならない.

統計科学における測定誤差問題に見られるように, 実質科学では反応変数が直接観測できないことが多い. この状況におい

て因果効果を推定するために, 因果メカニズムが十分に解明されているという仮定の下で, [Kuroki 07; Kuroki et al. 05] は因果効果の推定可能条件を与え, とともに, ベイジアンネットワークの理論 [Pearl 88] を用いてその定式化を行った. しかし, 因果メカニズムが解明されていない場合には, [Kuroki 07; Kuroki et al. 05] の結果を用いて因果効果を推定することはできない. また, [Balke and Pearl 94a, 94b; Manski 90; Pearl 00; Robins 89] では反応変数は観測可能であることが仮定されているために, それらの結果を直接利用することはできない.

このような状況を踏まえて, 本稿では, 因果メカニズムが十分に解明されておらず, かつ反応変数が観測できない場合において, 因果効果の存在範囲を導出するためのガイドラインを与える. このガイドラインは, 興味の対象となる変数が有限個の値をとる離散型変数である場合に適用可能である. また, このガイドラインに基づいて因果効果の精確な存在範囲を定式化する. なお, 本稿で使われるグラフ用語については, [黒木 07] を参照されたい.

2. ベイジアンネットワークに基づく因果推論

2.1 因果ダイアグラム

非巡回的有向グラフ G とその頂点に対応する確率変数の集合 $V = \{X_1, X_2, \dots, X_p\}$ が与えられている. グラフ G が確率変数間の因果関係を

$$X_i = g_i(pa(X_i), \epsilon_i) \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (1)$$

なる形に規定し, 確率変数がこの因果関係にしたがって生成されるとき, G を因果ダイアグラムという. ここに, $pa(X_i)$ は X_i への矢線をもつ親の集合であり, X_i の直接的原因となるものである. また, 誤差変数 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_p$ は互いに独立であるとする.

$P(x_i|pa(x_i))$ と $P(x_i)$ をそれぞれ $pa(X_i)$ を与えたときの X_i の条件付き分布と X_i の周辺分布とする. ここに, $pa(X_i)$ が空集合であるときには $P(x_i|pa(x_i)) = P(x_i)$ とする. 確率変数間の因果関係が (1) 式によって規定されるとき, その同時分布 $P(x_1, x_2, \dots, x_p)$ は

$$P(x_1, x_2, \dots, x_p) = \prod_{i=1}^p P(x_i|pa(x_i)) \quad (2)$$

と因数分解された形で表現することができる [Pearl 00].

また, 因果ダイアグラム G において, 頂点集合 Z が X と Y を有向分離するとき, 頂点に対応する確率変数において, 変数集合 Z を与えたとき X と Y は条件付き独立である [Pearl 00].

連絡先: 黒木学, 大阪大学基礎工学研究科システム創成専攻, 大阪府豊中市待兼山町 1-3, mkuroki@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

2.2 因果効果

[Pearl 00] は、因果ダイアグラムが与えられたとき、ある変数を外的操作によってある値に固定したときの反応変数の分布を因果効果と呼び、その数学的定義を次のように与えた。

【定義 1】 因果ダイアグラム G における頂点集合を $V = \{X, Y\} \cup Z$ とする。このとき

$$P(y|\text{set}(X = x)) = \sum_z \frac{P(x, y, z)}{P(x|pa(x))} \quad (3)$$

を X から Y への因果効果という。 $\text{set}(X = x)$ は外的操作によって X の値を x と固定したことを意味する。□

観察研究に基づいて因果効果を推定するとき、実際には X に対する外的操作は行われていないことに注意する。このことは、(3) 式が“仮に X が x という値を取ったならば”という反事実的な状態を表す確率分布であることを意味する。したがって、一般に、観察研究に基づいて (3) 式の左辺を直接評価することはできないが、右辺を観測変数の分布で記述することができる。観察データから因果効果を推定することができる。

一般に、因果効果を推定するためには X と Y 以外の変数の観測が必要になる。そのため、 X への外的操作を念頭に置いて解析を進めるとき、その因果効果を推定するのに必要な観測すべき変数集合を認識することは重要である。この問題に対処するために、[Pearl 00] は、因果効果が識別可能となる十分条件として以下の定義を与えた。ここに、識別可能とは、因果効果が観測変数の同時分布によって記述されることをいう。

【定義 2】 因果ダイアグラム G において、 X は Y の非子孫であるとする。このとき、次の 2 条件を満たす変数集合 Z は (X, Y) についてバックドア基準を満たすという。

1. X から Z の任意の要素へ有向道がない。
2. 因果ダイアグラム G より X から出る矢線をすべて除いたグラフにおいて、 Z が X と Y を有向分離する。□

因果ダイアグラムにおいて、 (X, Y) についてバックドア基準を満たす変数集合 Z が X, Y とともに観測されていれば、 X から Y への因果効果は識別可能であり

$$P(y|\text{set}(X = x)) = \sum_z P(y|x, z)P(z) \quad (4)$$

で与えられる。

3. 反事実モデルに基づく因果効果の定式化

3.1 反事実モデル

反事実モデルは、母集団を構成する個々の要素のふるまいに着目し、それらを取りうる反応変数の挙動を決定論的に記述したものである。

例として、図 1 において、 X, Y をそれぞれ 2 値の処理変数 ($x \in \{x_0, x_1\}$) と反応変数 ($y \in \{y_0, y_1\}$) としよう。ここに、破線で示されている両方向矢線は、 X と Y の両方に影響を与える潜在変数が存在していることを意味する。

このとき、母集団の要素 a は決定論的に

(1) $X = x_0$ を受け取った場合、
 $Y(a) = y_0$ または y_1 のうちのいずれかひとつの値

(2) $X = x_1$ を受け取った場合、
 $Y(a) = y_0$ または y_1 のうちのいずれかひとつの値

を取る。ここに、 $Y(a)$ は要素 a に割り当てられた Y の値を取

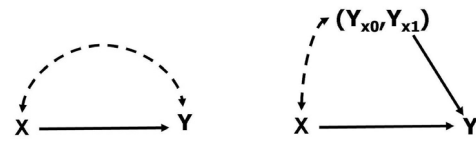


図 1: 因果ダイアグラム

図 2: “無視可能”

る。したがって、 $Y_x(a)$ を要素 a が $X = x$ を受け取った場合の $Y(a)$ の値とすると、要素 a が持つ特性は 2 次元ベクトル $(Y_{x_0}(a), Y_{x_1}(a))$ によって表現することができる。このベクトルは

$$(y_0, y_0), (y_0, y_1), (y_1, y_0), (y_1, y_1)$$

のうちのいずれかひとつを取る。ここに、要素 a が x_0 または x_1 のいずれか一方を受け取ると、もう一つの処理を受け取った場合の反応変数の値を観測することはできないことに注意する。例えば、要素 a が実際に $X = x_0$ を受け取った場合、 $Y_{x_0}(a)$ が y_0 と y_1 のうちどちらの値を取るのかを観測することはできるが、このとき受け取ることのなかった $X = x_1$ について、 $Y_{x_1}(a)$ の情報を得ることはできない。この考察にしたがって得られる統計モデルを反事実モデルという [Pearl 00]。

個々の要素が無作為抽出されている場合には、(1) や (2) に現れている変数 $Y(a)$ を確率変数とみなすことができる。そこで、(1) と (2) から得られる変数 $Y(a)$ を、 a を省略して、それぞれ Y_{x_0} と Y_{x_1} とおく。ここに、変数 Y_x は“仮に X が x という値を取ったときに取るであろう Y の値”であると解釈できる。このとき、反事実モデルを有向グラフを用いて形式的に記述すると図 2 のようになり、 (Y_{x_0}, Y_{x_1}) を潜在変数とみなした場合のベイジアンネットワークと類似していることがわかる。実際、ベイジアンネットワークにおいて処理変数と反応変数の間に両方向矢線がある場合には、そこにある潜在変数全体を (Y_{x_0}, Y_{x_1}) に置き換えることによって、反事実モデルの議論を行うことができる [Pearl 00]。このことは、ベイジアンネットワークが因果推論における有用なツールであることを意味する。

さて、 X を Y に対して強い意味で無視可能とする [Rosenbaum and Rubin 83] ような変数集合、すなわち、 X と (Y_{x_0}, Y_{x_1}) を (条件付き) 独立とするような変数集合 Z を見つけることができれば、一致性定理 [Gallies and Pearl 97]

$$X = x \Rightarrow Y_x = Y$$

を用いて、

$$\begin{aligned} P(Y_x = y) &= \sum_z P(Y_x = y|z)P(z) \\ &= \sum_z P(Y_x = y|x, z)P(z) = \sum_z P(y|x, z)P(z) \end{aligned}$$

を得ることができ、(4) 式から $P(Y_x = y) = P(y|\text{set}(X = x))$ となることがわかる。ここに、 (Y_{x_1}, Y_{x_0}) を観測することはできないため、無視可能性をデータから検証することはできないことに注意する。

3.2 因果効果の存在範囲

前節では、反応変数が観測されていることを仮定して議論を進めてきた。しかし、実質科学においては反応変数を直接観測することができないことが多い。この場合には、従来の因果推論の枠組みを直接適用することができない。

実質科学では、この問題に対処するために、反応変数の影響を受ける（しかし、処理変数の影響は直接受けない）代替変数を用いて、因果効果を評価する場面が多い。[Kuroki 07;Kuroki et al. 05] は、因果ダイアグラムが十分に解明されているという仮定の下で、このアイデアを援用した因果効果の識別可能条件を提案するとともに、そのときの因果効果の明示的表現を与えている。しかし、因果ダイアグラムが十分に解明されていない場合には、因果効果を定量的に評価することはできない。この場合には、因果効果が取りうる値の範囲について、その上限と下限を評価することが不可欠となる。本稿では、これに基づいて得られる範囲を精確な存在範囲と呼ぶ。

本稿で考える問題を詳しく説明するために、図 3 の因果ダイアグラムを考えよう。ここに、変数 X, Y, S, W がすべて 2 値の確率変数であり、 Y は非観測変数とする ($s \in \{s_0, s_1\}$, $w \in \{w_0, w_1\}$, $x \in \{x_0, x_1\}$, $y \in \{y_0, y_1\}$)。また、 U は非観測変数の集合を表し、これに含まれる要素間の因果関係については解明されていないものとする。このとき、解明された因果メカニズムは

1. X は Y に対して影響を与える。
2. X は Y を経由して S と W に間接的に影響を与える。
3. Y は S と W に対して影響を与える

である。なお、本稿の議論は X に入る矢線がある場合にも容易に拡張できるが、議論を簡単にするために、 X に入る矢線はないと仮定する。

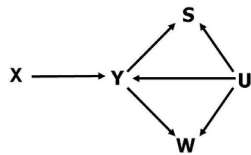


図 3:因果ダイアグラム

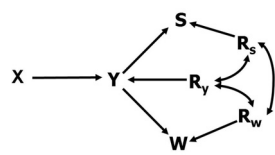


図 4:”反事実変数”

このとき、各変数に対応する反事実モデルは、次のような変数を導入することにより構築することができる。

- (i) W に対する反事実変数 R_w :
- $$r_{w_0}: (W_{y_0}, W_{y_1}) = (w_0, w_0), r_{w_1}: (W_{y_0}, W_{y_1}) = (w_0, w_1),$$
- $$r_{w_2}: (W_{y_0}, W_{y_1}) = (w_1, w_0), r_{w_3}: (W_{y_0}, W_{y_1}) = (w_1, w_1),$$
- (ii) S に対する反事実変数 R_s :
- $$r_{s_0}: (S_{y_0}, S_{y_1}) = (s_0, s_0), r_{s_1}: (S_{y_0}, S_{y_1}) = (s_0, s_1),$$
- $$r_{s_2}: (S_{y_0}, S_{y_1}) = (s_1, s_0), r_{s_3}: (S_{y_0}, S_{y_1}) = (s_1, s_1),$$
- (iii) Y に対する反事実変数 R_y :
- $$r_{y_0}: (Y_{x_0}, Y_{x_1}) = (y_0, y_0), r_{y_1}: (Y_{x_0}, Y_{x_1}) = (y_0, y_1),$$
- $$r_{y_2}: (Y_{x_0}, Y_{x_1}) = (y_1, y_0), r_{y_3}: (Y_{x_0}, Y_{x_1}) = (y_1, y_1).$$

ここに、図 3 の因果ダイアグラムに基づいて、反事実変数を形式的に表現したグラフを図 4 に与える。

反事実変数に関する確率（反事実確率）を $q_{ijk} = P(r_{w_i}, r_{s_j}, r_{y_k})(i, j, k = 0, 1, 2, 3)$ とおくと、

$$0 \leq q_{ijk} \leq 1 \text{ かつ } \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0}^3 q_{ijk} = 1 \quad (5)$$

を満たすことに注意する。

ここで、紙面の制約上、 $X = x_k$ を与えたときの $(W, S) = (w_i, s_j)$ の条件付き確率を $p_{ijk} = P(w, s|x)$ と記すとき、この観測確率を用いて、 X から Y への因果効果の精確な存在範囲を定式化しよう。その手続きは以下のとおりである。

Step a) 図 4 において X と反事実変数が空集合により有向分離されている。このことから、 X と (i),(ii),(iii) で与えられる反

事実変数が独立であることに注意して、

$$q_{ijk} = P(r_{w_i}, r_{s_j}, r_{y_k}) = P(r_{w_i}, r_{s_j}, r_{y_k}|x)$$

を観測値 X と反事実変数による確率で表す。例えば、 q_{000} の場合、

$$\begin{aligned} q_{000} &= P(r_{w_0}, r_{s_0}, r_{y_0}|x_0) \\ &= P(W_{y_0} = w_0, W_{y_1} = w_0, S_{y_0} = s_0, S_{y_1} = s_0, \\ &\quad Y_{x_0} = y_0, Y_{x_1} = y_0|x_0) \\ &= P(w_0, W_{y_1} = w_0, s_0, S_{y_1} = s_0, y_0, Y_{x_1} = y_0|x_0) \end{aligned}$$

となる。ここに、最後の等式は一致性定理を利用して導いている。この操作をすべての q_{ijk} に対して行う ($i, j, k = 0, 1, 2, 3$)。

Step b) Step a) において、一致性定理を用いても観測値に交換できなかった反事実変数および Y について周辺を取る。これは、

$$\begin{aligned} p_{001} &= \sum_{i=0,1} \sum_{j=0,1} \sum_{k=0,2} q_{ijk} + \sum_{i=0,2} \sum_{j=0,2} \sum_{k=1,3} q_{ijk} \\ p_{011} &= \sum_{i=0,1} \sum_{j=2,3} \sum_{k=0,2} q_{ijk} + \sum_{i=0,2} \sum_{j=1,3} \sum_{k=1,3} q_{ijk} \\ p_{101} &= \sum_{i=2,3} \sum_{j=0,1} \sum_{k=0,2} q_{ijk} + \sum_{i=1,3} \sum_{j=0,2} \sum_{k=1,3} q_{ijk} \\ p_{111} &= \sum_{i=2,3} \sum_{j=2,3} \sum_{k=0,2} q_{ijk} + \sum_{i=1,3} \sum_{j=1,3} \sum_{k=1,3} q_{ijk} \\ p_{000} &= \sum_{i=0,1} \sum_{j=0,1} \sum_{k=0,1} q_{ijk} + \sum_{i=0,2} \sum_{j=0,2} \sum_{k=2,3} q_{ijk} \\ p_{010} &= \sum_{i=0,1} \sum_{j=2,3} \sum_{k=0,1} q_{ijk} + \sum_{i=0,2} \sum_{j=1,3} \sum_{k=2,3} q_{ijk} \\ p_{100} &= \sum_{i=2,3} \sum_{j=0,1} \sum_{k=0,1} q_{ijk} + \sum_{i=1,3} \sum_{j=0,2} \sum_{k=2,3} q_{ijk} \\ p_{110} &= \sum_{i=2,3} \sum_{j=2,3} \sum_{k=0,1} q_{ijk} + \sum_{i=1,3} \sum_{j=1,3} \sum_{k=2,3} q_{ijk} \end{aligned}$$

と表すことができる。ここに、各式の第 1 項は $Y = y_0$ としたときの反事実変数について和をとったときの確率であり、第 2 項は $Y = y_1$ としたときの反事実変数について周辺をとったときの確率である。

Step c) 因果効果 $P(Y_x = y_1)$ を q_{ijk} の和として表現する。これは、反事実確率 q_{ijk} に基づいて、 $Y_x = y_1$ 以外の変数すべてについて周辺を取ることににより

$$P(Y_{x_1} = y_1) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=1,3} q_{ijk}, \quad (6)$$

$$P(Y_{x_0} = y_1) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=2,3} q_{ijk} \quad (7)$$

と表すことができる。

Step d) (5) 式および Step b) で得られた関係式を制約式とし、Step c) で与えた $P(Y_{x_1} = y_1)$ と $P(Y_{x_0} = y_1)$ のそれぞれを目的関数とした最適化問題を解く。ちなみに、これから得られる精確な存在範囲は $[0, 1]$ となり、因果効果に対して有用な情報を得ることができない。

しかし、医学・疫学の分野で使われている単調性 [Pearl 00]

$$q_{2jk} = q_{i2k} = q_{ij2} = 0 \quad i, j, k = 0, 1, 2, 3$$

の下では、 $P(Y_{x_0} = y_1)$ の上限として

$$\min \left\{ \begin{array}{l} p_{010} + p_{100} + p_{110} + p_{001} \\ p_{010} + p_{110} + p_{101} + p_{001} \\ p_{100} + p_{110} + p_{011} + p_{001} \\ p_{110} + p_{001} + p_{101} + p_{011} \end{array} \right\}$$

を得ることができ、下限として 0 を得ることができる。一方、 $P(Y_{x_1} = y_1)$ の上限は 1 であるが、下限として

$$\max \left\{ \begin{array}{l} p_{000} - p_{001} \\ p_{111} - p_{110} \\ p_{000} + p_{100} - p_{001} - p_{101} \\ p_{000} + p_{010} - p_{001} - p_{011} \end{array} \right\}$$

を得ることができる。この結果は反事実確率に基づいているため、ベイジアンネットワークの理論の適用によって得ることは難しい。

なお、代替変数を 1 つしか用いない場合には、因果効果の精確な存在範囲は $[0, 1]$ となり、因果効果について有用な情報を得ることができない。

4. まとめ

これまで、実質科学研究者は、因果メカニズムが解明されていない状況においては因果効果の存在範囲を定式化することができず、シミュレーションによる評価に甘んじてきた [Kaufman et al. 05]。これに対して、本稿では、反応変数が観測できない状況における因果効果の推定問題が、実質科学的に重要な問題であるにも関わらず、これまでの因果推論では議論されることのなかったことを指摘した。また、これを踏まえて、因果メカニズムが十分に解明されていない場合において、因果効果の精確な存在範囲を定式化した。この定式化により、ゆるい条件の下で因果効果の精確な存在範囲を、数値計算ソフトウェアを用いることなく、容易に計算することができる。また、観察データから因果効果の存在範囲を推定する際の挙動についても詳細に調べることが可能となる。

一般に、対象とする確率変数が有限個の値を取る場合には、本稿で提案した手続きによって因果効果の精確な存在範囲を明示的に定式化することができる。その一方で、確率変数の取りうる値が多くなればなるほど、反事実確率と観測確率を結びつける作業が困難になり、精確な存在範囲を得ることが難しくなる。この問題を解決するソフトウェアを開発することが今後の課題である。

謝辞

本研究の動機付けは、UCLA での在外研究中に行われた Judea Pearl 教授との議論および ISU の Jin Tian 教授からの情報提供に基づいている。これらの方々へ深く感謝する。本研究は、柏森情報科学振興財団および倉田記念日立科学技術財団倉田奨励金の研究助成に基づいて行われた。

参考文献

[Balke 95] Balke, A.: Probabilistic Counterfactuals: Semantics, Computation, and Applications, UCLA Cognitive Systems Laboratory, Technical Report (1995).

[Balke and Pearl 94a] Balke, A. and Pearl, J.: Counterfactual Probabilities: Computational Methods, Bounds, and Applications, *Proceedings of the 10th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp.46-54 (1994).

[Balke and Pearl 94b] Balke, A. and Pearl, J.: Probabilistic Evaluation of Counterfactual Queries, *Proceedings of the 12th National Conference on Artificial Intelligence*, pp.230-237 (1994).

[Balke and Pearl 97] Balke, A. and Pearl, J.: Bounds on Treatment Effects from Studies with Imperfect Compliance, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 92, pp.1171-1176 (1997).

[Galles and Pearl 97] Galles, D. and Pearl, J.: Axioms of Causal Relevance, *Artificial Intelligence*, Vol. 97, pp.9-43 (1997).

[Kaufman et al. 05] Kaufman, S., Kaufman, J. S., MacLeshose, R. F., Greenland, S. and Poole, C.: Improved estimation of controlled direct effects in the presence of unmeasured confounding of intermediate variables, *Statistics in Medicine*, Vol. 24, pp.1683-1702 (2005).

[Kuroki 07] Kuroki, M.: Graphical identifiability criteria for causal effects in studies with an unobserved treatment/response variable, *Biometrika*, Vol. 94, pp.37-47 (2007).

[Kuroki et al. 05] Kuroki, M., Cai, Z. and Motogaito, H.: Graphical Identifiability Criteria for Total Effects by using Surrogate Variables. *Proceedings of the 21st Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp.340-345 (2005).

[Manski 90] Manski, C. F.: Nonparametric Bounds on Treatment Effects. *American Economic Review Papers and Proceedings*, Vol. 80, pp.319-323.

[Pearl 00] Pearl, J.: *Causality: Models, Reasoning, and Inference*, Cambridge University Press (2000).

[Rosenbaum and Rubin 83] Rosenbaum, P. and Rubin, D. B.: The Central Role of the Propensity Score in Observational Studies for Causal Effects, *Biometrika*, Vol. 70, pp.41-55 (1983).

[Robins 89] Robins, J. M.: The analysis of randomized and non-randomized AIDS treatment trials using a new approach to causal inference in longitudinal studies. In NCHSR, Health Services Research Methodology: A Focus on AIDS. *U.S. Public Health Service*, pp.113-159 (1989).

[黒木 07] 黒木学: 統計的因果推論-因果効果の識別可能問題におけるベイジアンネットワークの役割一, 人工知能学会誌, 掲載予定, (2007).