

1/fゆらぎによる1次元万能セルオートマトンの探索

Search for One-dimensional Universal Cellular Automata by 1/f Noise

蜷川 繁

Shigeru Ninagawa

金沢工業大学

Kanazawa Institute of Technology

It is speculated that there is a relationship between 1/f noise and computational universality in cellular automata. We use genetic algorithms to search for one-dimensional two-state, five-neighbor cellular automata which have 1/f-type spectrum. A power spectrum is calculated from the evolution starting from a random initial configuration. The fitness is estimated from the power spectrum in consideration of the similarity to 1/f-type spectrum. The result shows that the rule with the highest average fitness has a propagating structure like other computationally universal cellular automata, although computational universality of the rule has not been proved yet.

1. はじめに

セルオートマトン (Cellular Automaton, CA) のなかでも計算万能性をもつものは 1/f ゆらぎとよばれる特異なパワースペクトルをもつことから, CA において 1/f ゆらぎと計算万能性との間に何らかの関連があると予想される. 本研究では 1次元 2状態 5近傍 CA (1-2-5CA) を対象に 1/f ゆらぎを示す CA を遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) を用いて探索を行った.

2. セルオートマトンにおける 1/f ゆらぎ

1次元 CA において, i 番目のセルの t ステップ目の状態を $x_i(t)$ とする. $t = 0, 1, \dots, T-1$ の T 個の時系列データに対して次の式 (1) で定義されるフーリエ変換を施す.

$$\hat{x}_i(f) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} x_i(t) \exp(-i \frac{2\pi t f}{T}), (f = 0, 1, \dots, T-1). \quad (1)$$

これを次の式 (2) のように全セルにわたって総和をとり, パワー $S(f)$ とする.

$$S(f) = \sum_{i=1}^N |\hat{x}_i(f)|^2. \quad (2)$$

1次元 2状態 3近傍 CA を単純 CA (Elementary CA, ECA) とよぶ. ECA は独立なものは全部で 88 個あるが, そのうち, #110 とよばれるルールにおいてセル数が 700, $T = 1024$ の場合のランダムな初期様相から開始した場合のパワースペクトルを図 1 に示す. $f = 1 \sim 10$ の周波数域において, 最小自乗法で $\ln S(f) = \alpha + \beta \ln f$ と近似したとき, $\beta = -1.3$ となっている. このようにパワーが周波数に反比例するようなゆらぎを 1/f ゆらぎとよぶ. 88 個の ECA のうち, #110 がもっとも長いステップにわたり 1/f ゆらぎを示す [蜷川 06].

いっぽう, #110 は計算万能性をもつことが証明されている [Cook 04]. また, 2次元 CA であるライフゲームは計

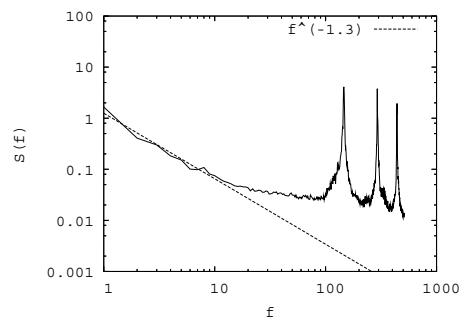


図 1: 単純セルオートマトン #110 のパワースペクトル. セル数 700, ステップ数は 1024. 破線は $f = 1$ から $f = 10$ の範囲で最小自乗法で $\ln S(f) = \alpha + \beta \ln f$ で近似した直線 ($\beta = -1.3$).

算万能性をもつ [Berlekamp 82] とともに, 1/f ゆらぎを示す [Ninagawa 98]. これらの結果から, 一般に CA において, 計算万能性と 1/f ゆらぎの間には何らかの関連があると予想される.

3. 実験

そこで, 本研究では 1-2-5CA において 1/f ゆらぎを示すものを探索する. ただし, 対象となるルールは全部で $2^{2^5} \approx 4.2 \times 10^9$ 個あるため全数探索は現実的ではない. そこで GA を用いて探索を行う. 式 (3) で与えられている 1-2-5CA のルールを考える. 横線の上は近傍の状態, 下は遷移後の状態を表す.

$$\begin{array}{cccc} 11111 & 11110 & \dots & 00001 & 00000 \\ \hline x_{31} & x_{30} & & x_1 & x_0 \end{array} \quad (3)$$

本実験では常に $x_0 = 0$ とするので, 1-2-5CA のルールは 31 ビットの 2進数列 $x_{31}x_{30}\dots x_1$ で表現でき, これを遺伝子型とする. CA の実行条件としてセル数は 700, 実行ステップ数は 3000, 両端のセル同士がつながっている周期境界条件を用いた. 初期様相は 0 と 1 が等確率でランダムに出現するようにした.

各ルールの時系列データから式 (1), (2) によって得られたパワースペクトルに対して, $f = 1 \sim 10$ の周波数域において, 最小 2 乗法を用いて $\ln S(f) = \alpha + \beta \ln f$ と近似し, 式 (4) より

連絡先: 蜷川 繁

金沢工業大学 工学部 情報工学科

〒 921-8501 石川県石川郡野々市町扇が丘 7-1

e-mail: ninagawa@infor.kanazawa-it.ac.jp

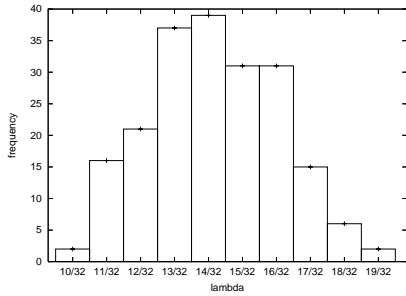


図 2: 各試行の最終世代における適合度の上位 10 ルールを選んだ場合の計 200 ルールの λ 毎の度数分布。

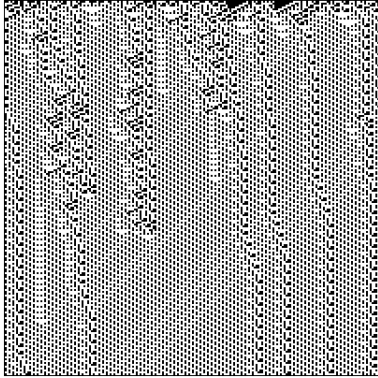


図 3: 最高適合度のセルオートマトンの時空間パターン。セル数は 200, ステップ数は 200。

残差平方和 σ^2 を求める。

$$\sigma^2 = \frac{1}{f_r} \sum_{f=1}^{f_r} (\ln(S(f)) - \alpha - \beta \ln(f))^2. \quad (4)$$

ここで $f_r = 100$ とする。次式により適合度 F を求める。

$$F = \begin{cases} \frac{|\beta|}{\sigma^2 + \delta} & \beta < 0 \\ 0 & \beta \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

ここで $\delta = 1.0 \times 10^{-6}$ である。一般に、1 次元 CA の場合、2 次元 CA にくらべ、適合度の値が初期様相に依存することが多いので、世代ごとに 10 通りの初期様相を用意して、それらの平均値を適合度とする。

初期集団として用いるルールは $1/32 \leq \lambda \leq 16/32$ となるように、ランダムに 160 個生成する。ルーレット選択によって選ばれた親個体に対して、0.6 の確率で一様交叉を行い、1 ビットあたり 0.05 の確率で突然変異を施す。ただし、上位 20 個体はエリートとする。100 世代まで実験を行い 1 試行とする。これを 20 試行を行い、各試行の最終世代において適合度の高い順に上位 10 ルールを選ぶ。こうして得られた $20 \times 10 = 200$ ルールの λ 別の度数分布を図 2 に示す。さらにこれらの 200 ルールに対して、評価の精度を高めるために、30 通りのランダム初期様相についての平均適合度を求めた。もっとも適合度の高いルールは 1000000011010011101110000001101 となった。このルールの時空間パターンとパワースペクトルを図 3、図 4 にそれぞれ示す。さらにこのルールで得られたグライダーと周期的パターンの衝突を図 5 に示す。

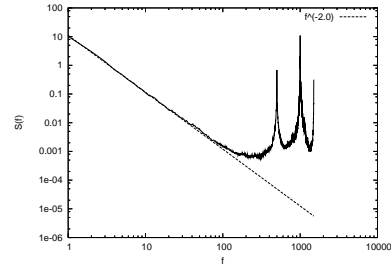


図 4: 最高適合度のセルオートマトンのパワースペクトル。セル数が 300 のランダム初期様相からステップ数 3000 ステップにわたる時系列データから求めた。破線は $f = 1 \sim 10$ の周波数域において、最小 2 乗法を用いて $\ln S(f) = \alpha + \beta \ln f$ と近似した ($\beta = -2.0$)。

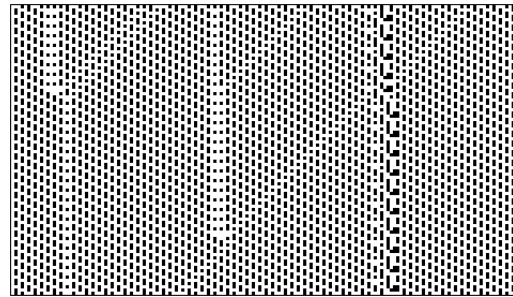


図 5: 最高適合度のセルオートマトンにおける周期的パターンとグライダーの衝突。

4. おわりに

今回の実験で得られたルールのパワースペクトルの傾きは $\beta = -2.0$ となり $1/f$ ゆらぎとは言いがたいが、より長期のデータを用いることにより、 β が -1 に近づくと思われる。したがって、今後はより長期のデータについて実験を行う必要がある。また、今回発見されたルールの計算万能性の検証が今後、必要である。

参考文献

- [Berlekamp 82] Berlekamp, E. R., Conway, J. H., and Guy, R. K.: Winning ways for your mathematical plays, Vol.2, Academic Press (1982).
- [Cook 04] Cook, M.: Universality in Elementary Cellular Automata, Complex Systems, Vol. 15, pp. 1-40 (2004).
- [Ningawa 98] Ningawa, S., Yoneda, M., and Hirose, S.: $1/f$ fluctuation in the "Game of Life", Physica D, Vol.118, pp. 49-52 (1998).
- [蛭川 06] 蛭川繁: 単純セルオートマトンにおける $1/f$ ゆらぎ, 情報処理学会論文誌, Vol. 47, pp. 3017-3020 (2006).