

# 通信量を制限したセルラーオートマトン上での Early Bird アルゴリズムの設計

## Several Solutions to the Early Bird Problem on Communication-Restricted Cellular Automata

金澤 優<sup>†</sup>                      柳原 崇<sup>†</sup>                      梅尾 博司<sup>†,‡‡</sup>  
Masaru KANAZAWA<sup>†</sup>      Takashi YANAGIHARA<sup>†</sup>      Hiroshi UMEO<sup>†,‡‡</sup>

<sup>†</sup>大阪電気通信大学大学院 工学研究科 情報工学専攻  
<sup>†</sup>Univ. of Osaka Electro-Communication, Graduate School of Engineering

<sup>‡‡</sup>大阪電気通信大学 総合情報工学部 情報工学科  
<sup>‡‡</sup>Univ. of Osaka Electro-Communication, Faculty of Information Science and Technology

**Abstract** In this paper, we study an early bird problem on communication-restricted one-dimensional cellular automata  $CA_{k\text{-bit}}$ , for which inter-cell communication is restricted to  $k$ -bit,  $k \geq 1$  and propose several state-efficient solutions to the problem. First, we show that there exists a  $CA_{1\text{-bit}}$  that can solve the problem in twice-real time. Then, real-time solutions will be given operating on a  $CA_{2\text{-bit}}$  and  $CA_{3\text{-bit}}$  with eight and four internal states in each cell, respectively.

### 1. はじめに

セルラーオートマトン上での問題の1つとして, Rosenstiehl, Fiksel and Holliger [6] が 1973 年に提唱した Early Bird 問題があり, これまでに多くの研究がなされている. この問題の解法として, 最少の状態数 5 で動作する Legendi & Katona [3] のアルゴリズムが存在する. また, 従来の 1 次元セルラーオートマトン上において状態数 4 で動作する Early Bird アルゴリズムは存在しないことが Büning [2] の論文で証明されている. さらに,  $n$  次元セル空間上での Early Bird アルゴリズムも Legendi & Katona [4] により提唱されている. 本稿では, 5 状態で動作する Legendi & Katona のアルゴリズムを  $k$  ビット通信セルラーオートマトン ( $CA_{k\text{-bit}}$ ) 上へと実装する.

### 2. 通信量を制限したセルラーオートマトン

$CA_{k\text{-bit}}$  は, セルと呼ばれる有限オートマトンを双方向  $k$  ビットの通信リンクを用い接続したものである. また, 各セルを 1 次元アレイ状に接続したものを 1 次元  $CA_{k\text{-bit}}$  と定義し, その模式図を図 1 に示す. 任意の時刻  $t$  において任意のセルは, 隣接するセルからの  $k$  ビットの情報と時刻  $t$  における自身の状態を元に, あらかじめ定められた遷移規則に従い時刻  $t+1$  における自身の状態と隣接セルへと送信する  $k$  ビットの情報を決定する.

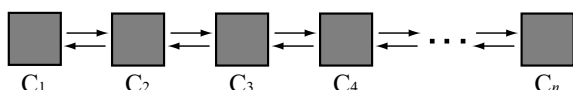


図 1: 1 次元  $CA_{k\text{-bit}}$

### 3. Early Bird 問題

本稿で扱う Early Bird 問題では, セルラーオートマトン上で任意の時刻において 1 つ以上の静止状態のセルに, セル空間

連絡先: {masaru, yanagihara, umeo}@cyt.osakac.ac.jp

外部からの刺激により特定の状態 (鳥状態) へとランダムに変化することを許可する. その上で, 一定の時刻が経過後に, 最初に現れた鳥状態のみを残し, 後に現れた鳥状態を死滅させるための遷移関数を決定する.

### 4. Legendi & Katona の Early Bird アルゴリズム

#### 4.1 アルゴリズムの概要

本節では, Legendi & Katona [3] のアルゴリズムを説明する. 図 2 にこのアルゴリズムの時間空間図式を示す.

まず, 時刻  $t = 0$  の初期状態において, セル列全体は静止状態 (Q 状態) にある. Q 状態は両隣のセルが共に Q 状態である場合, Q 状態であり続けるが, 任意の時刻に特別な鳥状態 (B 状態) へとランダムに変化することができる.

Q 状態のセルは, 左隣のセルが Q 状態で右隣のセルが B 状態の場合, L 状態へと遷移する. ここで, L 状態は各時刻に左のセルへと伝播する状態である. また Q 状態のセルは, 左隣のセルが B 状態で右隣のセルが Q 状態の場合, R 状態へと遷移する. R 状態は各時刻に右のセルへと伝播する状態である. つまり, B 状態は生成された後に左右の Q 状態のセルへ L 信号と R 信号を送信する.

さらに Q 状態のセルは, 左隣のセルが Q 状態で右隣のセルが L 状態の場合は次の時刻に L 状態へと遷移し, 左隣のセルが R 状態で右隣のセルが Q 状態の場合は次の時刻に R 状態へと遷移する. つまり, L 信号および R 信号は毎時刻, 左右の Q 状態のセルへと伝播する.

L 状態のセルは, 右隣のセルが B 状態で左隣のセルが L 状態か Q 状態の場合, L 状態を保つ. つまり, B 状態は各時刻に左隣のセルへと L 信号を送信し続ける. R 状態のセルは, 左隣のセルが B 状態で右隣のセルが R 状態か Q 状態の場合, R 状態を保つ. つまり, B 状態は各時刻に右隣のセルへと R 信号を送信し続ける. B 状態が L 信号および R 信号を送信するのを止める場合については後述する. なお, 図 2 で, 黄色で塗りつぶした領域は L 信号が伝達されている領域を示し, 赤色で塗りつぶした領域は R 信号が伝達されている領域を示す.

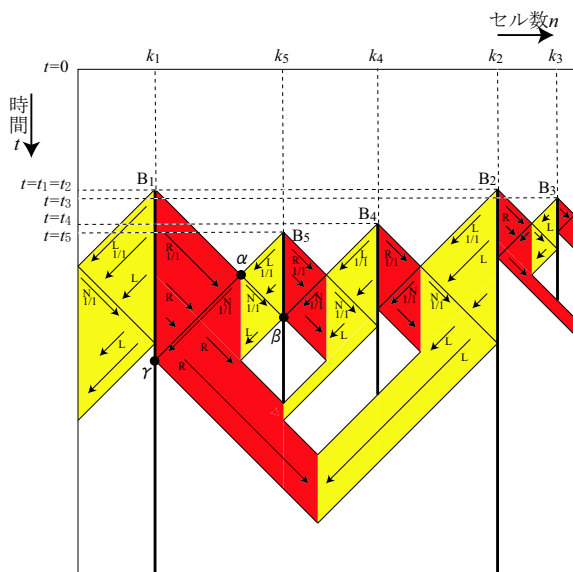


図 2: Legendi & Katona の Early Bird アルゴリズムの時間空間図式

B 状態へと変化したセルは、右隣のセルが L 状態で、かつ左隣のセルが R 状態の場合、中立の状態 (N 状態) へと遷移する。また、B 状態のセルは右隣のセルが L 状態で左隣のセルが R 状態でない場合、L 状態へと遷移し、左隣のセルが R 状態で右隣のセルが L 状態でない場合、R 状態へと遷移する。一度、B 状態へと変化したセルは、これらの場合に限り B 状態から他の状態へと遷移することが許される。それ以外の状況にある B 状態のセルは B 状態を保ちつづける。つまり、B 状態は自身の右側から来た L 信号または自身の左側から来た R 信号によってのみ死滅させられる。

右隣のセルが R 状態である L 状態のセルは、次の時刻において、N 状態へと遷移する。左隣のセルが L 状態である R 状態のセルも、次の時刻において、N 状態へと遷移する。つまり、R 状態と L 状態が衝突した際は、R 状態と L 状態に代わり N 状態が生成される (図 2 中、点  $\alpha$ )。

R 状態のセルは右隣のセルが N 状態であった場合、N 状態へと遷移する。つまり、N 信号は R 信号中を各時刻に左隣のセルへと伝播する。また同様に、L 状態にあるセルは左隣のセルが N 状態であった場合、N 状態へと遷移する。つまり、N 信号は L 信号中を各時刻に左隣のセルへと伝播する。

図 2 中の点  $\beta$  で生成された N 信号が、R 信号もしくは L 信号中を左右へと伝播しつづけると、やがて B 状態の隣のセルが N 状態へと遷移する (図 2 中、点  $\alpha$  および点  $\beta$ )。N 状態のセルは右隣のセルが R 状態で左隣のセルが B 状態である場合、次の時刻においても N 状態を維持する。そのため、B 状態の右隣のセルに N 信号が到達した場合、それまで B 状態が送信しつづけていた R 信号は送信されなくなる (図 2 中、点  $\gamma$ )。同様に、N 状態のセルは左隣のセルが L 状態で右隣のセルが B 状態である場合も N 状態を維持する。そのため、B 状態の右隣のセルに N 信号が到達した場合、それまで B 状態が送信しつづけていた L 信号は送信されなくなる (図 2 中、点  $\delta$ )。

Legendi & Katona [3] のアルゴリズムでは、すべてのセルが各時刻において以上のような動作を行う。

このアルゴリズムを 1 次元セルオートマトン上へと実装するために必要な内部状態は、静止状態 (Q)、鳥状態 (B)、鳥

状態が左右へと送信する L および R 状態、L と R が衝突した後に生成される N 状態である。また、これら 5 状態の他に、セル空間の左右の端を示す状態として特殊な壁状態が必要となる。従って、必要な内部状態は、

Q=静止状態 (初期状態)

B=鳥状態

L=左へ進む信号

R=右へ進む信号

N=中立の状態

となる。

ここで、セル列全体に、N 状態および時刻  $t = 0$  において生成された鳥状態以外の状態が存在せず、セル列全体に状態の遷移がなくなった状態を Early Bird 問題の終了とする。

#### 4.2 時間計算量の評価

$n$  個のセルからなるセル空間で、Early Bird 問題における計算過程の終了を前節で述べたように定義する。ここで  $n$  は任意の自然数である。前述の Early Bird アルゴリズムが終了までに最も時間がかかるのは、時刻  $t = 0$  において鳥が片側の端のセルに出現し、その後 2 匹目の鳥が時刻  $t = n - 2$  においてもう片方の端のセルに出現する場合である。鳥がこのような出現した場合の計算終了までの時間は、たかだか  $3n - 6$  となる。

### 5. 1 次元 1 ビット通信セルオートマトン上への Early Bird アルゴリズムの実装

本節では、前述の Legendi & Katona のアルゴリズムをベースに作成した  $CA_{1-bit}$  上での Early Bird アルゴリズム  $A_1$  および  $A_2$  について述べる。

$A_1$  を計算機上で実装した際のシミュレーション結果を図 3 に示す。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
0	QWL	Q	Q	Q	Q	Q	B	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QWL	
1	QWL	Q	Q	Q	L	B	R	Q	Q	Q	Q	Q	Q	B	Q	Q	Q	Q	Q	QWL	
2	QWL	Q	Q	L	L3	B	R3	Q	Q	Q	Q	Q	L	B	R	Q	Q	Q	Q	QWL	
3	QWL	Q	L	L2	L3	B	R3	R2	Q	Q	Q	L	L3	B	R3	R2	Q	Q	Q	QWL	
4	QWL	L	L2	L2	L3	B	R3	R2	R3	N	L	L2	L3	B	R3	R2	R3	Q	Q	QWL	
5	L	L2	L2	L3	B	R3	R2	R3	N	N	L2	L3	B	R3	R2	R3	R3	Q	QWL		
6	N	L2	L2	L3	B	R3	R2	R3	N	N	L2	N	L3	B	R3	R2	R2	R3	N	QWL	
7	L2	N	L2	L3	B	R3	R2	R3	N	N	L2	N	L3	B	R3	R2	R2	R3	L	R	N
8	N	L2	N	L3	B	N	R3	R2	N	N	L2	N	N	B	R3	R2	R2	R3	N	N	
9	L2	N	L2	N	L3	B	N	R3	R2	N	N	N	N	B	R3	R2	R2	R3	N	R2	
10	N	L2	N	L2	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	B	R3	R2	R2	R3	N	R2	
11	L2	N	L2	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	B	R3	R2	N	R2	R2	R2	
12	N	L2	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	B	R3	R2	N	R2	R2	R2	
13	L2	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	B	R3	R2	N	R2	R2	R2	
14	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	R3	R2	N	R2	R2	R2	
15	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	R3	R2	N	R2	R2	R2	
16	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	N	R3	R2	N	R2	R2	
17	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	N	N	R3	R2	N	R2	
18	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	N	N	N	R3	R2	N	
19	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	N	N	N	N	R3	R2	N
20	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	R3	R2
21	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	R3
22	N	N	N	N	N	B	N	R3	R2	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	R3

図 3:  $CA_{1-bit}$  上での Early Bird アルゴリズム  $A_1$

図 3 の場合、実装したアルゴリズムは正しく動作している。しかし、B 状態が L 状態の左隣もしくは R 状態の右隣のセルに出現した場合、Early Bird アルゴリズム  $A_1$  は正しく動作しない。

これは生成された B 状態は、隣接セルが Q 状態、B 状態、L もしくは R 状態の 3 種類のいずれの状態であるかを区別できず、3 種類の状態を区別するためには、最低 2 ビットの情報が必要なことに起因する。

よって、Legendi & Katona [3] のアルゴリズムと全く同一の動作をするアルゴリズムを  $CA_{1-bit}$  上に実装することは非常に困難と考えられる。そこで、鳥の出現に次のような制限を加える。

[条件 1] R および L 信号のすぐ隣のセルに鳥状態が出現しない。

[定理 1] 鳥状態の出現に条件 1 に示す制限を加えた場合、任意の  $n(n \geq 2)$  に対して、 $n$  個のセルからなるセル空間上で、 $3n - 5$  ステップで動作する内部状態数 19、ルール数 73 の Early Bird アルゴリズム  $A_1$  を  $CA_{1-bit}$  上に実装できる。

前述のように、Legendi & Katona [3] のアルゴリズムと全く同一の動作をするアルゴリズムを  $CA_{1-bit}$  上に実装することは困難であり、 $A_2$  で示した誤動作を防ぐためには、1 ステップ間に 2 ビットの信号の転送が必要となる。

そこで、動作時間を前述の  $A_1$  の 2 倍にすることで、動作終了までの間に 2 倍の信号を転送するアルゴリズム  $A_2$  を作成した。 $A_2$  のシミュレーション結果を図 4 に示す。

しかし、 $A_2$  においても、奇数ステップ目に鳥状態が発生した場合、誤動作が発生する。この誤動作も前述の  $A_1$  での誤動作と同様に、B 状態が隣接セルが Q 状態、B 状態、L もしくは R 状態の 3 種類のいずれの状態であるかを識別できないことに起因する。そこで、 $A_2$  の動作条件として以下の条件を与える。

[条件 2] 偶数ステップ目においてのみ鳥状態が出現する。

[定理 2] 鳥状態の出現に条件 2 に示す制限を加えた場合、任意の  $n(n \geq 2)$  に対して、 $n$  個のセルからなるセル空間上で、 $6n - 10$  ステップで動作する内部状態数 37、遷移規則数 107 の Early Bird アルゴリズム  $A_2$  を  $CA_{1-bit}$  上に実装できる。

## 6. 2 ビット通信セルラーオートマトン上への Early Bird アルゴリズムの実装

前述のように、Legendi & Katona [3] のアルゴリズムを  $CA_{1-bit}$  上に実装することは難しく、実時間で完全な動作のためには 1 ステップ間に 2 ビットの信号の転送が必要である。そこで、 $CA_{2-bit}$  上へと Early Bird アルゴリズム  $A_3$  を実装する。そのシミュレーション結果を図 5 に示す。

[定理 3] 任意の  $n(n \geq 2)$  に対して、 $n$  個のセルからなるセル空間上で、 $3n - 6$  ステップで動作する内部状態数 8、遷移規則数 101 の Early Bird アルゴリズム  $A_3$  を  $CA_{2-bit}$  上に実装できる。

アルゴリズム  $A_3$  は、前掲した条件 1、条件 2 のような制限を必要とせず、実時間で完全な動作をすることが確認できた。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
0	QW	Q	Q	Q	Q	B	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
1	QW	Q	Q	Q	q	B	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
2	QW	Q	Q	q	La	B	Ra	B	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
3	QW	Q	q	q	Lb	B	Rb	B10	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
4	QW	Q	Q	La	L3a	B	Nr	R4a	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
5	QW	q	q	Lb	L3b	B	Nrb	R4b	Rb	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
6	QW	Q	La	L2a	L3a	B01	Nr2	R3a	R2a	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
7	QW	q	Lb	L2b	L3b	B01	Nr2	R3b	R2b	Rb	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
8	QW	La	L2a	L2a	L3a	B01	Nr2	R3a	R2a	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
9	QW	Lb	L2b	L2b	L3b	B01	Nr2	R3b	R2b	Rb	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
10	QW	L2a	L2a	L2a	L3a	B01	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
11	LRW	L2b	L2b	L2b	L3b	B01	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
12	Nl	L2a	L2a	L2a	L3a	B01	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
13	Nlb	L2b	L2b	L2b	L3b	B01	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
14	L2a	Nl	L2a	L2a	L3a	B01	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
15	L2b	Nlb	L2b	L2b	L3b	B01	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	Rb	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
16	Nla	L2a	Nl	L2a	L3a	B01	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
17	Nlb	L2b	Nlb	L2b	L3b	B01	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
18	L2a	Nla	Nla	Nl	L3a	B01	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
19	L2b	Nlb	L2b	Nlb	L3b	B01	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	q	Q	Q	Q	Q	Q	QW
20	Nla	L2a	Nla	L2a	Nl	B01	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Q	Q	Q	Q	Q	QW
21	Nlb	L2b	Nlb	L2b	Nlb	B01	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	q	Q	Q	Q	QW
22	L2a	Nla	L2a	Nla	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Q	Q	Q	QW
23	L2b	Nlb	L2b	Nlb	N	B11	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	q	Q	QW
24	Nla	L2a	Nla	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	QW
25	Nlb	L2b	Nlb	N	N	B11	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	QW
26	L2a	Nla	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	QW
27	L2b	Nlb	N	N	N	B11	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	LRW
28	Nla	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nr
29	Nlb	N	N	N	N	B11	Nr2	R3b	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Nrb
30	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nr
31	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
32	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
33	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
34	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
35	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
36	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
37	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
38	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
39	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
40	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
41	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
42	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
43	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
44	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
45	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
46	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
47	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
48	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
49	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
50	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
51	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
52	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nra
53	N	N	N	N	N	B11	Nr2	R3a	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Nrb
54	N	N	N	N	N	B11	N	N	Nra	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	R2a
55	N	N	N	N	N	B11	N	N	Nrb	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	R2b
56	N	N	N	N	N	B11	N	N	Nra	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	R2a
57	N	N	N	N	N	B11	N	N	Nrb	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	R2b
58	N	N	N	N	N	B11	N	N	Nra	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	R2a
59	N	N	N	N	N	B11	N	N	Nrb	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	R2b
60	N	N	N	N	N	B11	N	N	N	Nra	R2a	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	Ra	R2a
61	N	N	N	N	N	B11	N	N	N	Nrb	R2b	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	Rb	R2b

図 4:  $CA_{1-bit}$  上での Early Bird アルゴリズム  $A_2$

## 7. 3 ビット通信セルラーオートマトン上への Early Bird アルゴリズムの実装

本節では、Legendi & Katona [3] のアルゴリズムを  $CA_{3-bit}$  上で実装する。

[定理 4] 任意の  $n(n \geq 2)$  に対して、 $n$  個のセルからなるセル空間上で、 $3n - 6$  ステップで動作する内部状態数 4、遷移規則数 141 の Early Bird アルゴリズム  $A_4$  を  $CA_{3-bit}$  上に実装で

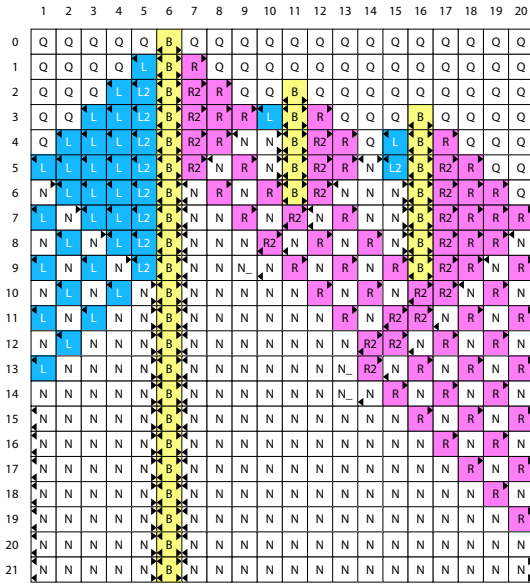


図 5: CA<sub>2-bit</sub> 上での Early Bird アルゴリズム  $\mathcal{A}_3$

きる。

$\mathcal{A}_4$  のシミュレーション結果を図 6 に示す。実装したアルゴリズム  $\mathcal{A}_4$  は、実時間で完全な動作をすることが確認できた。アルゴリズム  $\mathcal{A}_4$  は、内部状態数が 4 であり、従来のセルラーオートマトン上での Legendi & Katona [3] のアルゴリズムの内部状態数 5 よりも減少させることに成功した。これは、Legendi & Katona [3] のアルゴリズムの L 状態と R 状態を 1 つの状態へと統合したことによるものである。

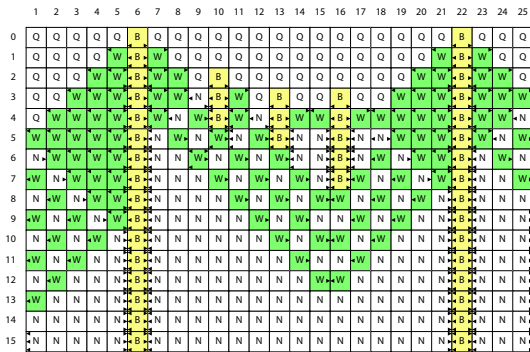


図 6: CA<sub>3-bit</sub> 上での Early Bird アルゴリズム  $\mathcal{A}_4$

## 8. まとめ

Legendi & Katona [3] のアルゴリズムをベースにした Early Bird アルゴリズムを、制限付きではあるが、CA<sub>1-bit</sub> 上に実装した。また、完全に動作する Early Bird アルゴリズムを CA<sub>2-bit</sub> および CA<sub>3-bit</sub> 上に実装した。表 1 に、 $\mathcal{A}_1 \sim \mathcal{A}_4$  についてまとめる。今後の課題として、動作制限を廃した Early Bird アルゴリズムの CA<sub>1-bit</sub> への実装と 2 次元 CA<sub>k-bit</sub> で動作する実装が挙げられる。

表 1: 実装結果

アルゴリズム	通信量	内部状態数	遷移規則数	時間計算量
$\mathcal{A}_1$	1-bit	19	73	$3n-5$
$\mathcal{A}_2$	1-bit	37	107	$6n-10$
$\mathcal{A}_3$	2-bit	8	101	$3n-6$
$\mathcal{A}_4$	3-bit	4	141	$3n-6$

## 参考文献

- [1] B. Fay and M. Kutrib: The Fault-Tolerant Early Bird Problem, *IEICE Trans. on Information and Systems*, vol.E87-D no.3, pp.687-693(2004).
- [2] H. K. Büning: The early bird problem is unsolvable in a one-dimensional cellular space with 4 states, *Acta Cybernetica*, vol.6, pp.23-31(1983).
- [3] T. Legendi and E. Katona: A 5 state solution of the early bird problem in a one dimensional cellular space, *Acta Cybernetica*, vol.5, pp.173-179(1981).
- [4] T. Legendi and E. Katona: A solution of the early bird problem in an  $n$ -dimensional cellular space, *Acta Cybernetica*, vol.7, pp.81-87(1984).
- [5] J. Mazoyer: A minimal time solution to the firing squad synchronization problem with only one bit of information exchanged, Ecole Normale Superieured Lyon, *Technical report*, No. 89-03, p.51, April(1989)
- [6] P. Rosensthiel, J. R. Fiksel and A. Holliger: Intelligent graphs: Network of finiteautomata capable of solving graph problems, R. C. Read(Ed.), *Graph Theory and Computing*, Academic Press, New York, pp.219-265(1973).
- [7] H. Umeo: A design of cellular algorithms for 1-bit intercell communications and related cellular algorithms. *Proc. of MCU'98*, Vol. 1, pp.210-227(1998).
- [8] H. Umeo and N. Kamikawa: A design of real-time non-regular sequence generation algorithms and their implementations on cellular automata with 1-bit intercell communications. *Fundamenta Informaticae*, 52, No.1-3, pp.255-273, (2002).
- [9] H. Umeo and N. Kamikawa: An infinite prime sequence can be generated in real-time by a 1-bit intercell communication cellular automaton. *Proc. of The Sixth Internal Conference on Developments in Language Theory*, (Eds. M. Ito and M. Toyama), LNCS 2450, pp.339-348, (2002).
- [10] R. Vollmar: On two modified problems of synchronization in cellular automata, *Acta Cybernetica*, vol.3, pp.293-300(1978).