

マルチエージェント環境におけるテンソル積を用いた知識構造

Knowledge structure of tensor product in multi agent environment

佐藤光克 房岡璋
Satou Mitunari Fusaoka Akira

立命館大学理工学研究科
Dept. of Computer Science, Ritsumeikan University

1. はじめに

本研究はマルチエージェント環境下において、外界の情報を正しいものとして受け取ったとき、その状態がどのようにに変化するかという信念変更の問題を扱う。

その方法として、エージェントの知識情報を各可能世界の重みからなるベクトルとして、知識とその状態を線形代数の枠組を用いて表し、信念の変更に対して行列表現の特性化を与える。特にテンソル積と可能世界の共有条件 (sharing condition of possible world) の方法論を用いることで、論理的および確率的な外界からの情報による信念変更を統一的に取り扱う方法を与えることを目的とする。

2. 信念状態の空間

信念状態の空間を可能世界を基底として張られるベクトル空間、また知識オペレータを対角射影行列として表す。[Fusaoka02] 以下では、基本となる言語として命題論理 L を用いる。

2.1 可能世界

e を可能世界とする。 L の論理式 φ が e で真であるとき、 $e \models \varphi$ と書き、このとき e は φ -world であるという。

2.2 信念状態の空間

W を $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ を基底として張られるベクトル空間とする。任意の点 $u \in W$ は基底ベクトルの重ね合わせである。よって、 $u = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \dots + \alpha_n e_n$ となり、 $u = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ と表す。このとき、 $0 \leq \alpha_i \leq 1$ かつ $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ である。

2.3 知識オペレータ

$n \times n$ 行列 Δ が対角射影行列である場合、対角要素が 0 または 1 であり、他の要素はすべて 0 となるので、対角射影行列は L の論理式と 1 対 1 対応する。よって、論理式 φ に対して以下の条件を満たす対角射影行列 Δ_φ が対応するものとする。

$$\begin{aligned} e_i \models \varphi &\longrightarrow \Delta_\varphi(ii) = 1 \\ e_i \not\models \varphi &\longrightarrow \Delta_\varphi(ii) = 0 \\ i \neq j &\longrightarrow \Delta_\varphi(ij) = 0 \end{aligned}$$

3. マルチエージェント環境における知識構造

3.1 The ensemble

エージェントが持っている世界についての信念である精神的な状態は、エージェントが何を信じているかを知っているので、純粹認識状態 (1 つのベクトルだけ) によって表される。一方で、エージェントは他の純粹認識状態の可能性を持っている

信念を代わりに持つてもよい。

(bf.1)

ensemble とは可能世界を持つエージェントの信念状態の集合をあらわす。

$\{u_1, u_2, \dots, u_n\} \dots \dots (ensemble)$
エージェント Y の信念状態に関するエージェント X の *ensemble* は X が「 u 」であるために Y の信念状態を観察することを意味する。

3.2 テンソル積を用いた知識構造

(1) テンソル積

ベクトル空間 V と W から選んだ 2 つのベクトル v と w のテンソル積は $v \otimes w$ と書かれ、関係

$$\left(\sum_i a_i v_i\right) \otimes \left(\sum_i b_i w_i\right) = \sum_{i,j} a_i b_j v_i \otimes w_j$$

を満足する。2 つのベクトル空間 V と W のテンソル積とは、2 つの空間から選んだベクトルのテンソル積のすべての 1 次結合の集合であり、 $V \otimes W$ と書かれる。 $V \otimes W$ 自身は、基底 $e_i \otimes e_i'$ を持つベクトル空間である。ただし、 e_i は V の基底であり、 e_i' は W の基底である。

A は V に作用し、 B は W に作用するとして、2 つの線形作用素 A と B のテンソル積は、 $A \otimes B$ と書かれる。これ自身 $V \otimes W$ 上の線形作用素であり

$$(A \otimes B)(v \otimes w) = A(v) \otimes B(w), \forall v \in V, \forall w \in W$$

によって定義される。また、 A と C が V に作用し、 B と D が W に作用するとき

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD)$$

の関係が成立する。

(2) 知識構造表現

マルチエージェントの知識空間において、エージェント A, B が存在し、 A の知識状態を S_A, B の知識状態を S_B とした場合

$$S_A \otimes S_B = (e_1 \otimes e_1', e_2 \otimes e_2', e_3 \otimes e_3', \dots)$$

というテンソル積を用いたベクトル空間であらわす。

3.3 可能世界の共有条件 (sharing condition of possible world)

(bf.2)

信念状態の共有知識空間において

$$\begin{aligned} \forall \varphi : e_i \models \varphi &\longrightarrow e_i' \models \varphi \text{ であるとき} \\ \forall i, \exists j \ u_{ij} = 0 &\longrightarrow \forall i, v_{ij} = 0 \end{aligned}$$

4. example

二賢人パズルを例に、テンソル積と可能世界の共有条件 (sharing condition of possible world) の方法論を用いて知識構造の変化を示す。

- 二人のエージェントは自分の帽子の色を知らず、「自分以外のエージェントも自身の帽子の色を知らない」ということを知っている。
- 各エージェントは自分以外のエージェントの色は知っている、他のエージェントも同様だと考えている。

各エージェントを A,B とする。また各エージェントの知識をそれぞれ次のように表す。

p	エージェント A は白い帽子を被っている
$\neg p$	エージェント A は黒い帽子を被っている
q	エージェント B は白い帽子を被っている
$\neg q$	エージェント B は黒い帽子を被っている

この時の可能世界は、 $e_1=\overline{pq}, e_2=\overline{p}q, e_3=p\overline{q}, e_4=pq$ とする。二つの初期状態の条件から、エージェント A と B の初期の知識状態は

$$A \left\{ \begin{array}{l} a_1(\alpha_1, \alpha_2, 0, 0) \\ a_2(0, 0, \alpha_3, \alpha_4) \end{array} \right. \quad B \left\{ \begin{array}{l} b_1(\beta_1, 0, \beta_2, 0) \\ b_2(0, \beta_3, 0, \beta_4) \end{array} \right.$$

したがって、初期状態の知識構造をテンソル積を用いて表現した場合

$$S_A \otimes S_B = (e_1 \otimes e_1, e_1 \otimes e_2, e_1 \otimes e_3, \dots)$$

より

$\{u_1 = a_1 \otimes b_1, u_2 = a_1 \otimes b_2, u_3 = a_2 \otimes b_1, u_4 = a_2 \otimes b_2\}$
以下に示す (step:1) と (step:2) の 2 つの操作を行った後、「自分の帽子の色は分かかりますか?」と尋ねた場合の二人の答えを求め。

(step:1)

「二人のうちの少なくとも一人は黒い帽子を被っている」という知識情報が与えられた。

この $(\overline{p} \vee \overline{q})$ という知識情報を対角射影行列 $\Delta_{\overline{p} \vee \overline{q}}$ で表すと

$$\Delta_{\overline{p} \vee \overline{q}} \otimes \Delta_{\overline{p} \vee \overline{q}} (S_A \otimes S_B) = (\Delta_{\overline{p} \vee \overline{q}} S_A) \otimes (\Delta_{\overline{p} \vee \overline{q}} S_B)$$

より

$$\left\{ \begin{array}{l} a_2 = (0, 0, \alpha_3, 0) = a'_2 \\ b_2 = (0, \beta_3, 0, 0) = b'_2 \end{array} \right.$$

という新たな知識状態が得られた。

(step:2)

「二人とも自分が黒い帽子を被っているかどうか知らない」という知識情報が新たに与えられた。

ここで用いられる I は、すべてのベクトルをそれ自身へ写す恒等作用素を表す。

(1)No knowledge of A

$$\neg K_{AP} \text{ より } \Delta_{\neg p} \otimes I(S_A \otimes S_B) \neq 0$$

$$\neg K_{A\neg p} \text{ より } \Delta_p \otimes I(S_A \otimes S_B) \neq 0$$

したがって

$$\Delta_{\neg p} a'_2 = 0 \longrightarrow a_2 = 0$$

($a_2 \otimes b_1 \neq 0$ と $a_2 \otimes b_2 \neq 0$ の可能性が消えるため)
このことより $\alpha_3 = 0$ 。ここで共有知識空間の原則により
 $\longrightarrow \beta_2 = 0$

(2)No knowledge of B

$$\neg K_{Bq} \text{ より } I \otimes \Delta_{\neg q}(S_A \otimes S_B) \neq 0$$

$$\neg K_{B\neg q} \text{ より } I \otimes \Delta_q(S_A \otimes S_B) \neq 0$$

したがって

$$\Delta_{\neg q} b'_2 = 0 \longrightarrow b_2 = 0$$

($a_1 \otimes b_2 \neq 0$ と $a_2 \otimes b_2 \neq 0$ の可能性が消えるため)
このことより $\beta_3 = 0$ 。ここで共有知識空間の原則により
 $\longrightarrow \alpha_2 = 0$

(step:1),(step:2) より、 u_2, u_3, u_4 は 0-テンソルとなる。また $u_1 = (\alpha_1 \beta_1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$

したがって、(step:1),(step:2) の 2 つの新たな知識情報を得たことで、エージェント A,B は二人とも黒い帽子を被っているという確信を得ることができる。

よって、「自分の帽子の色は分かかりますか?」と尋ねた場合、二人とも「YES」と答える。

5. 問題点と今後の課題

本報告の問題点の 1 つは、知識情報が大きくなり、扱う可能世界の数が増えることでベクトル空間が大きくなったり、エージェントの数が多くなった場合、テンソル積の結果が複雑で膨大なものに成りうることである。ただし、用いられるオペレータの多くの場合、疎行列であり、効率的に取り扱う研究は広く研究されている。

ここでは、2 賢人のパズルという例に対して共有知識を取り扱う方法と、可能世界の共有条件に基づく操作を用いたが、線形代数の枠組の中で定式化する必要がある。また、他者の知識に対する知識オペレータを線形のオペレータとして定式化することが必要である。

参考文献

- [Fusaoka02] 房岡 璋, 平塚 聡: 信念変更の線形表現について (Linear Representation of Belief Revision), (人工知能学会誌 18 巻 2 号 C, pp.75-85(2003)).
- [Alchourr85] Ichourròn, C.E., P. Gärdenfors and D.Makinson (1985). On the logic of theory change: Partial meet functions for contraction and revision. *J.Symbolic Logic* 50:510-530.
- [Boutilier98] Boutilier, C. (1998). Unified model of qualitative belief change: a dynamical system perspective. *Artificial Intelligence* 98:281-316.
- [Darwiche97] Darwiche, A. and J. Pearl (1997). On the logic of iterated belief revision. *Artificial Intelligence* 89:1-29.
- [Engesser02] Engesser, K. and D.M. Gabbay (2002). Quantum logic, Hilbert space, revision theory. *Artificial Intelligence* 136:61-100.