1A1-01

ラグランジュニューラルネットワークを用いた目的関数付きCSPの解法

Lagrange Neural Network for Solving CSP Which Has Objective Function

中野隆宏 Takahiro Nakano　永松 正博 Masahiro Nagamatu

九州工業大学大学院 生命体工学研究科
Graduate School of Life Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology

We proposed a Lagrange Neural Network called LPPH-CSP to solve the CSP. This method is never trapped by any point which is not a solution of the CSP. From experimental results of the LPPH-CSP, we confirmed that our method is as efficient as the GENET which is a famous CSP solver. In addition, unlike other conventional CSP solver, our method is a continuous-valued method and it can update all variables simultaneously. Therefore, we can expect the speed-up of the LPPH-CSP if it is implemented by the hardware such as FPGA. In this paper, we extend the LPPH-CSP to treat the linear inequality constraints. By using this type of constraint, we can represent various practical problems more briefly. In this paper, we also define the CSP which has an objective function, and we extend the LPPH-CSP to solve this problem. In the experiment, we apply our method and the OPBDP to the WLP and compare the effectiveness.

1. はじめに

我々は制約充足問題（CSP）の解法として LPPH-CSP[Nakano 2004] と呼ばれるラグランジュニューラルネットワークを提案している．CSP はその表現の抽象性から，スケジューリング問題や資源割当問題といった情報工学の分野の多くの問題を表現することが可能であり，多くの解法が研究されてきた．実験結果から LPPH-CSP は CSP の有名な解法である GENET[Davenport 1994] とほぼ同程度の性能であることを確認した．CSP の多くの解法において変数は 0 か 1 の離散値をとり，変数を逐次に更新しながら解を探索する必要がある．一方，LPPH-CSP では変数は 0 から 1 の間の実数値をとり，全ての変数を同時に更新することが可能である．このことから我々は LPPH-CSP を VLSI などでのハードウェアで実装し，変数更新の並列処理を実現した場合，より性能の向上が期待できるのではないかと考えている．

LPPH-CSP は CSP の幾つかの論理的な制約によって問題を表現する．論理的な制約を使って表現することにより，従来よく用いられている 2 項制約よりもより簡略的に CSP を表現することができる．しかし，実社会のより現実的な問題を表現する場合にはもっと一般的な制約を導入することが必要になるのではないかと考えられる．そこでこの論文では，線形不等式制約を扱えるように LPPH-CSP を拡張する．このタイプの制約を組み込むことにより様々な問題をより簡略的に表現することが可能になる．さらに本論文では，目的関数を持った CSP（OCSP) を定義し，その問題を解くために LPPH-CSP を拡張する．実験では warehouse location problem(WLP)[Scaparra 2001] に適用し，提案手法の有効性を検証する．

2. CSP

CSP は与えられた制約を全て満たすような解を探索する問題であり，次のような 3 項 (X, D, C) によって定義される．

A: 永松 正博，九州工業大学大学院 生命体工学研究科，〒808-0135 北九州市若松区ひびきの 2-4，tel/093-695-6088，fax/093-695-6088，nagamatu@brain.kyutech.ac.jp

- $X = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ は変数の有限集合.
- $D = \{D_1, D_2, \cdots, D_n\}$ は変域の有限集合．変数 X_i は変域 D_i の要素を 1 つだけ値としてとる．
- $C = \{C_1, C_2, \cdots, C_m\}$ は制約の有限集合.

全ての制約 C を満たすような変数 X への値の割り当てが CSP の解となる．ここで x_{ij} を”変数 X_i が変域 D_i の j 番目の値が割り当てられる”ことを表すブール変数とし，VVP (Variable-Value Pair) と呼ぶ．つぎに我々は CSP の制約として ALT(n, S)[at-least-n-true constraint]，ALF(n, S)[at-least-n-false constraint]，AMT(n, S)[at-most-n-true constraint]，AMF(n, S)[at-most-n-false constraint] を考える．ここで S は VVP の有限集合である．ALT(n, S) は S の中で少なくとも n 個の VVP が真でなければならないことを要求する．他の制約も同様にして定義される．本論文では，このような論理的な制約に加えて，次のような線形不等式制約を考える．

$$\sum c_{rij} x_{ij} \leq \sigma.$$

ここで c_{rij} は線形不等式制約 C_r に現れる VVPx_{ij} の係数であり，σ は定数である．

3. Lagrange Neural Network for CSP

”変数 X_i が変域 D_i の j 番目の値が割り当てられる”ことの確からしさを表す変数を x_{ij} とする．x_{ij} は 0 から 1 の間の実数値をとる．LPPH-CSP は次のように定義される．

$$\begin{aligned}
\frac{dx_{ij}}{dt} &= x_{ij}(1-x_{ij})\sum_{r=1}^{m} W_r w_r s_{rij}(\boldsymbol{x}), \text{ for all VVP } x_{ij}, \\
\frac{dw_r}{dt} &= h_r(\boldsymbol{x}) - \alpha w_r, \quad r = 1, 2, \cdots, m, \\
\frac{dW_r}{dt} &= \begin{cases} W_r h_r(\boldsymbol{x}), & \text{if } C_r = (\sum c_{rij} x_{ij} \leq \sigma), \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}
\end{aligned}$$

ここで $s_{rij}(\boldsymbol{x})$ は制約 C_r を充足させるために変数 x_{ij} に与える力を表す．w_r は制約 C_r の重みであり，$h_r(\boldsymbol{x})$ は制約 C_r が

充足していない度合いを表す．W_r は線形不等式制約のみに付加される重みである．LPPH-CSP の力学系において各変数は全ての制約を充足するように値を変化させ，各制約の重みはその制約が充足していないならばその値を大きくする．このため，LPPH-CSP は CSP の局所解に陥ることなく解を探索することができる．次に各制約の $h_r(\boldsymbol{x})$，$s_{rij}(\boldsymbol{x})$ について説明する．

3.1 C_r=ALT(n, S)

ALT 制約の $h_r(\boldsymbol{x})$ と $s_{rij}(\boldsymbol{x})$ は次式によって定義される．

$$h_r(\boldsymbol{x}) = 1 - \mathrm{NMax}(n, S),$$

$$s_{rij}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1 - \mathrm{NMax}(n+1, S), & \text{if } x_{ij} \geq \mathrm{NMax}(n, S), \\ h_r(\boldsymbol{x}), & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where $\mathrm{NMax}(n, S) = n$th maximum value in S.

ALF 制約，AMT 制約，AMF 制約といった他の論理的な制約も同様の考え方によって定義することができる．

3.2 $C_r = (\sum c_{rij} x_{ij} \leq \sigma)$

このタイプの制約の $h_r(\boldsymbol{x})$ と $s_{rij}(\boldsymbol{x})$ は次のように定義される．

$$h_r(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 0, & \text{if } \sum c_{rij} x_{ij} - \sigma < 0, \\ \frac{1}{\sum |c_{rij}|} \left(\sum c_{rij} x_{ij} - \sigma \right), & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$s_{rij}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sum |c_{rij}|} \left(h_r\left(\boldsymbol{x}^{[ij,0]}\right) - h_r\left(\boldsymbol{x}^{[ij,1]}\right) \right).$$

ここで $h_r\left(\boldsymbol{x}^{[ij,0]}\right)$ と $h_r\left(\boldsymbol{x}^{[ij,1]}\right)$ はそれぞれ x_{ij} が 0 と 1 の値をとる場合の制約 r の充足をしていない度合いを表してる．上記の $h_r(\boldsymbol{x})$ では，連続値をとる x_{ij} によって線形不等式制約が充足したと判断する場合がある．しかし，CSP には "各変数は変域の中でただ 1 つの値をとる" という制約があるため全ての制約が充足する場合には，連続値をとる x_{ij} によって線形不等式制約が充足されることはない．

4. OCSP とその解法

4.1 OCSP

目的関数を持つような CSP (OCSP) を次のように定義する．

$$\begin{array}{ll} \text{(OCSP)} & \text{find } \boldsymbol{x}, \\ & \text{such that minimize} \quad E(\boldsymbol{x}), \\ & \text{subject to } \{C_r | r = 1, 2, .., m\}. \end{array}$$

4.2 Lagrange Neural Network for OCSP

我々は OCSP を解くために次式で示されるように LPPH-CSP を拡張する．本論文では OCSP で表現することができる wahouse location problem(WLP) の適用を想定しており，目的関数 $E(\boldsymbol{x})$ は正の係数を持つ線形の目的関数とする．

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = x_{ij}(1 - x_{ij}) \left(\sum W_r w_r x_{ij} - LH_{ij} \delta \frac{\partial F(\boldsymbol{x})}{\partial x_{ij}} \right),$$

$$\frac{dw_r}{dt} = h_r(\boldsymbol{x}) - \alpha w_r,$$

$$\frac{dW_r}{dt} = \begin{cases} W_r h_r(\boldsymbol{x}), & \text{if } C_r = (\sum c_{rij} x_{ij} \leq \sigma), \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$\frac{dH_{ij}}{dt} = x_{ij} \frac{\partial F(\boldsymbol{x})}{\partial x_{ij}} - \beta H_{ij},$$

$$\frac{dL}{dt} = \begin{cases} \eta, & \text{if all constraint are satisfied,} \\ -\epsilon, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

この力学系を LPPH-OCSP と呼ぶ．ここで $F(\boldsymbol{x})$ は目的関数 $E(\boldsymbol{x})$ を正規化した関数である．

5. 実験

前節に示した LPPH-OCSP の効率性を調べるために WLP に適用した．WLP は ALT 制約，AMT 制約，線形不等式制約によって表現することができる．WLP は 0-1 整数計画問題によって定式化することできるので，0-1 整数計画問題の解法である OBPDP[Barth 1995] と LPPH-CSP の比較を行った．図 1 と図 2 は 30 店舗と 15 の卸売り店から WLP にそれぞれの手法を適用した結果を表している．横軸は CPU 時間を表し，縦軸は目的関数の値を表している．また各系列は OPBDP によって得られた結果とランダムに生成した 3 つの初期点から出発した LPPH-CSP によって得られた結果である．

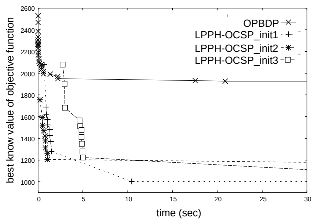

図 1: problem1

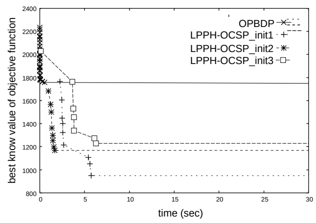

図 2: problem2

6. 結論

この論文では，我々は線形不等式の制約を扱えるように LPPH-CSP を拡張した．これにより，様々な CSP をより簡略的に表現することが可能になる．さらに目的関数を持つような CSP を定義し，それを解くために LPPH-CSP を拡張した．実験では LPPH-OCSP と OPBDP[Barth 1995] を WLP に適用し，性能評価を行った．実験結果より OPBDP と比較して我々の手法は全ての制約を充足し，目的関数が小さい解をより早く見つけ出していることを確認した．今後の課題としては，本論文で提案した手法をより多くの実用的な問題に適用することが挙げられる．

参考文献

[Nakano 2004] T.Nakano, M.Nagamatu: Solving CSP via Neural Network Which Can Update All Neurons Simultaneously, In Proceedings of the SCIS & ISIS, 2004.

[Davenport 1994] A.Davenport, E.Tsang, C.j.Wang, and K.Zhu: GENET: A Connectionist Architecture for Solving Constraint Satisfaction Problems by Iterative Improvement, National Conference on Artificial Intelligence, pp.325-330, 1994.

[Scaparra 2001] M.P.Scaparra, M.G.Scutella: Facilities, Locations, Customers: Building Blocks of Location Models. A Survey, TR-01-18, 2001.

[Barth 1995] P.Barth: A Davis-Putnam Based Enumeration Algorithm for Linear Pseudo-Boolean Optimization, Tech. Rep. MPI-I-95-2-003, 1995.