3I3-2

地域制約下における繰り返しマッチングメカニズムの戦略的操作不可能性の検証

Iterative Mechanism for Strategy-proof Matching with Regional Quotas

飯田 伸也[†]
Shinya Iida

藤田 悟[††]
Satoru Fujita

[†]法政大学 情報科学研究科
Graduate School of Computer and Information Sciences, Hosei University

[††]法政大学 情報科学部
Computer and Information Sciences, Hosei University

Matching is a problem to find optimal combinations between two types of agents like students and schools. Many researches have been done under various constraints, such as maximum quota, regional cap and so on. This paper proposes Iterative Adjustment Deferred Acceptance Regional Quotas mechanism, called IADARQ, for a matching problem with the regional cap. The base of mechanism is Deferred Acceptance mechanism, called DA, and it continuously extends the number of matching targets until the regional cap is sustained. This paper discusses the performance and proves strategy-proof feature of this mechanism. Experimental simulation shows that the level of satisfaction is improved compared with the previous researches.

1. はじめに

近年, マッチング問題と呼ばれる 2 種類のエージェント間の最適な組み合わせを求める問題についての研究が盛んに行われている. 具体的には, 学生と学校を割り当てる学校割り当て問題[橋本 2014]や, 研修医と病院の割り当てを行う研修医割り当て問題[Goto 2015]などがある. 本論文では 2 種類のエージェントを学生と学校と仮定する. マッチング問題の特徴は, 全てのエージェントが自分の利得が最大となるように行動することである. この状況下で, エージェント全体の利得を最大とするようなマッチングメカニズムを設計することが本研究の目的である. 既存研究では, エージェント間に様々制約を設けて, メカニズムを設計している. 具体的には, ある学校に割り当てられる上限人数を設ける問題[Gale 1962]や, ある学校に下限人数を設ける問題[濱田 2015]や, 学校が地域と呼ばれる集団に属する問題[橋本 2014]などが挙げられる. 特に個別上限しか存在しない問題では, 戦略的操作不可能性と呼ばれる望ましいマッチングの性質を持つDA(Deferred Acceptance)メカニズムがよく知られている. 筆者は, 地域下限のある問題に対して, DA メカニズムをベースとしたIADARQ(Iterative adjustment Deferred Acceptance Regional Quotas)というマッチングメカニズムを提案した[飯田 2016]. 本論文では, IADARQ メカニズムのマッチングの性能評価と戦略的操作不可能性について論じる.

2. マッチングモデル

学生と学校のマッチング問題のモデルについて取り扱う. 文献[飯田 2016]を参考に, マッチング問題を$(S, C, R, p, q, a, \succ_s : s \epsilon S, \succ_c : c \epsilon C, \succ_{ML})$で定義する. $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$は学生の集合であり, $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$は学校の集合である. また, この時の$n, m$はそれぞれ学生数, 学校数を表している. $R = \{r_1, r_2, \ldots\}$は学校の地域集合であり, 各地域 rは学校の部分集合$r \in 2^C \backslash \{\emptyset\}$である. 各地域$r (r \in R)$に学校の下限人数と上限人数が設けられており, それぞれ$p = (p_r)$, $q = (q_r)$, $r \in R$と表す. また, $\forall r (r \in R)$は, $0 \leq p_r \leq q_r$を満たす. aは各地域$r (r \in R)$に対しての個別の下限制約を表し, これを地域の要素的下限制約と定義する. $\succ_s$, $\succ_c$はそれぞれ学生が学校に, 学校が学生に対する選好順序である. このときの学生や学校の選考順序は, 全てのエージェントが既知であることとする. $\succ_{ML}$は学生や学校の選好順序の他に学生の応募の優先度を決める指標であり, これをマスターリストと呼ぶ. 一般的にマスターリストは成績順やテストの点数などの学生の能力を表す指標を用いられる.

3. マッチングの性質

マッチングについての必要な性質や定義について文献[橋本 2014]を参考に述べる. マッチングとは, 以下の性質を満たすようなマッピング$\mu : S \times C \rightarrow 2^{S \times C}$である. (i)全ての学生$s\ (s \epsilon S)$は, $\mu(s) \subseteq C$が成り立つ. (ii)全ての学校c$(c \epsilon C)$は, $\mu(c) \subseteq S$が成り立つ. (iii) $\forall s\ (s \epsilon S)$に対して, $\mu(s) = c(c \epsilon C)$の時, $\mu(c) = s$である. (iv) $\forall c\ (c \epsilon C)$に対して, $\mu(c) = s(s \epsilon S)$の時, $\mu(s) = c$である. この時, 以下の条件が成り立つ時を実行可能と呼ぶ. : $\forall r, p_r \leq \sum_{x \in r} |\mu(x)| \leq q_r$. すなわち, 実行可能とは全ての地域に対して, 全ての学生が上限人数、下限人数を満たしている時のことである.

次にメカニズムの望ましい性質である耐戦略性について述べる.

[定義 1] 以下の条件を満たす時に戦略的操作不可能なメカニズムであるという. : 全ての学生$s\ (s \epsilon S)$に対して, $rank\left(s, \mu(\mu(s))\right) \succ rank\left(s, \mu'(\mu(s))\right)$または, $rank\left(s, \mu(\mu(s))\right) = rank\left(s, \mu'(\mu(s))\right)$が成り立つ.

ここでの$rank$は学生と学校を用いて, 学生の選好順位を返す関数であり, μ'は学生sが選好順序を偽った時のマッピングである. すなわち, 戦略的操作不可能性とは, ある嘘の申告をしても, 真の申告した時以上に利得を得ることが出来ないことを保証する定義である.

次にマッチングに望ましい性質である無駄のなさと公平性についての定義を述べる.

[定義 2] マッチングに無駄のなさとは, ある学生$s\ (s \epsilon S)$が学校c $\epsilon\ (C \setminus \mu(s))$に対して, 以下の条件を満たす時である. :$(i)\ c \succ_s \mu(s)$, $(ii) \forall r \in regions(c), \sum_{c' \epsilon r} \mu(c') < q_r$, $(iii)\ \forall r \in regions(\mu(s)), \sum_{c' \epsilon r} \mu(c') > p_r$.

連絡先: 飯田 伸也, 法政大学大学院 情報科学研究科 情報科学専攻
メールアドレス: shinya.iida.2q@stu.hosei.ac.jp

$regions$は学校が所属している全ての地域集合を返す関数である. すなわち, ここでの無駄とは自分の入りたい学校にまだ空きあるのに配属されていない時の不満のことである. この時, sはcに対して, 空きシートを要求するという.

[定義 3]マッチングが公平であるとは，学生s $(s \in S)$が学生s' $(s' \in S\backslash\{s\})$に対して, 以下の条件を満たす時である. : 任意の学校c $(c \in (C \ \backslash \mu(s)))$に対して, (i) $c \succ_s \mu(s)$, (ii) $\mu(s') = c$, (iii) $s \succ_c s'$.

すなわち公平性とは, sが行きたい学校に対して、学校側の選好が自分より低い学生がいた時に生じるものである。この時のsはs'に対して, 妥当な不満を持つという.

4. 既存研究

地域下限問題はDAメカニズムをベースとした様々なメカニズムが提案されている．具体的には，ACDA(Artificial Cap Deferred Acceptance)メカニズム, SDRQ(Serial Dictatorship with Regional Quotas)メカニズム[橋本 2014], MSDARQ(Multi-Stage Deferred Acceptance with Regional Quotas)メカニズム[橋本 2014]等がある. ACDAメカニズムは, 個別上限問題において安定マッチングである DA メカニズムを地域下限制約の問題に対応するために, 全ての個別上限の合計人数を学生数にすることにより, 問題を個別上限のみ対応させたメカニズムである. しかし, このメカニズムは, 実際の個別上限よりも厳しい上限で割り当てを行っているため, 定義 2 の空きシートの要求をする学生が非常に多い問題がある. この問題を解決するために, 橋本らは地域下限制約の下での逐次独裁者メカニズムである SDRQ メカニズムを設計した. SDRQメカニズムでは, マスターリストで与えられた応募順に対して, 学生1人ずつ割り当てていき, 下限制約の合計人数と残っている学生の人数が等しくなった時に下限制約の学校に割り当てを行うメカニズムである. しかし, SDRQメカニズムは学生の選好順序しか見ておらず, 学校の選好順序を無視しているメカニズムであるため, 学校の不満が多く生じる問題がある. そこで, 橋本らは学校側の選好順序を加味したマルチステージメカニズムであるMSDARQメカニズムを設計した. MSDARQメカニズムは, SDRQ メカニズムで1人ずつ割り当てを行っていたのに対して, Stage 毎に複数の学生に対して DA メカニズムで割り当てるメカニズムである. また, MSDARQメカニズムは, 下限制約に対応するために, Stage 毎の学生の部分集合を保持し, 各Stageのはじめに, 部分集合の学生の人数の合計が下限制約の人数になった時に割り当てられていない学生に対して, SDRQメカニズムを行う[橋本 2014]. 具体的な MSDARQメカニズム動作例を下記に示す.

[例 1] 学生 6 人, $S = \{s_1, s_2, \dots, s_6\}$, 学校 4 校$C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$の組み合わせ問題を仮定する. この 4 校の学校に対する地域の集合Rは$\{\{c_1, c_2, c_3, c_4\}, \{c_1, c_2\}, \{c_3, c_4\}, \{c_1\}, \{c_2\}, \{c_3\}, \{c_4\}\}$とする。地域の要素的下限制約は, $\{\{c_1, c_2\}, \{c_1\}, \{c_2\}, \{c_3\}\}$に対しては 1 人とし, それ以外の地域に対しては 0 人とする. また, 上限制約は, 各学校$c \in C$に対して, それぞれ個別上限制約 2 人とする. 学生の選好, 学校の選好, マスターリストについては以下のように与える.

$\succ_{s_1}, \succ_{s_2}, \succ_{s_3}$: $c_1 \succ c_2 \succ c_3 \succ c_4$
$\succ_{s_4}, \succ_{s_5}, \succ_{s_6}$: $c_4 \succ c_3 \succ c_2 \succ c_1$
$\succ_{c_1}, \succ_{c_2}$: $s_6 \succ s_5 \succ s_4 \succ s_3 \succ s_2 \succ s_1$
$\succ_{c_3}, \succ_{c_4}$: $s_1 \succ s_2 \succ s_3 \succ s_4 \succ s_5 \succ s_6$
$\succ_{\mathrm{ML}}$: $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$

MSDARQメカニズムの Stage1 では下限制約による確保人数E^1=$\{s_3, s_4, s_5, s_6\}$となり, s_1, s_2に対して DA メカニズムで学校に割り当てを行う. DA メカニズムの結果s_1, s_2は, c_1に割り当てられる.

Stage2 では下限制約による確保人数$E^2 = \{s_5, s_6\}$となり, s_3, s_4に対して DA メカニズムで学校に割り当てを行う. s_3はc_1が上限制約の関係で応募できないため, c_2に応募し, s_4はc_4に応募し, ともに受理される. よって, Stage2 の結果, s_1, s_2、s_3、s_4はそれぞれ, c_1, c_1, c_2, c_4に割り当てられる.

Stage3 では下限制約による確保人数$E^3 = \{s_6\}$となり, s_5に対して DAメカニズムで学校に割り当てを行う. Stage3 の結果, s_5はc_4に応募し, c_4に受理される. 従って, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 はそれぞれc_1, c_1, c_2, c_4, c_4の学校に割り当てられる.

Stage4 では下限制約による確保人数$E^4 = \{s_6\}$となり, $E^3 = E^4$となるため, E^4に属する全ての学生に対して, SDRQ メカニズムで割り当てる. Stage4 の結果, 全ての学生が割り当てられたので, マッチング終了となる.

$\mu(c_1) = \{s_1, s_2\}, \mu(c_2) = \{s_3\}, \mu(c_3) = \{s_6\}, \mu(c_4) = \{s_4, s_5\}$

例 1 ではs_3がs_1に対して定義 3 の妥当な不満を持つ. この理由は Stage 毎に DA メカニズムで受け入れる学生を確定しているため, Stage 毎の学生に対して格差が生じるからである.

5. 提案手法

5.1 IADARQ メカニズム

本章では, 既存手法である MSDARQ メカニズムにおける Stage 毎に DA メカニズムを行った時に生じる Stage 毎の格差について着目した IADARQ メカニズムを提案する[飯田 2016]. IADARQ メカニズムでは, Stage 毎に DA を行う際に, 前回のStageに含まれていた全ての学生に対して, DA を行う. 下記が具体的な IADARQ メカニズムである.

・Stage $k = 1$: E^1, p^1, q^1, e^1は, それぞれ $E^1 = S, p^1 = p$, $q^1 = q, e^1 = \sum_{r \in R} a_r^1$とする. また, a^1は地域$r (r \in R)$が葉ノードの場合は, $a_r^1 = p_r^1$であり, それ以外の場合は, $a_r^1 = p_r - \sum_{r' \in children(r)} p_{r'}^1$である. また, ここでの$children$は地域の子ノードの集合を指す. 次に, Stage k+1 行う.

・Stage $k > 1$:

Step1: $E^k = \{s_{(n-e^k+1)}, s_{(n-e^k+2)}, \dots, s_n\}$とする. (ML で最下位までから$e^k$人の学生)

(a) $E^{(k-1)} \backslash E^k \neq \emptyset$: $S\backslash E^k$に対して, DA を実行する.

(b) $E^{(k-1)} \backslash E^k = \emptyset$:E^k に対して, SDRQ を実行する.

Step2 : Step1 の結果からp^k, q^k, a^k , e^kの更新を行う. : $\forall r (r \in R)$が葉ノードの時, $p_r^k = \max(0, p_r - students(r))$, $a_r^k = p_r^k$, それ以外の時, $p_r^k = \sum_{r' \in children(r)} p_{r'}^k + a_r^k$, $a_r^k = \max(0, p_r - \sum_{r' \in children(r)} (students(r') + p_{r'}^k))$, $e^k = \sum_{r \in R} a_r^k$. ここでの$students$は地域に所属している学生数を表す関数である この時, 全ての学生が割り当てられていた場合に終了し, そうでない場合 Stage k + 1 を行う.

次にこのメカニズムの具体的な例を下記に示す.

[例 2] 例 1 と同様な問題を定義する.

IADARQ の Stage1 では変数の初期化をE^1, p^1, q^1, e^1の更新を行う.

Stage2 では下限制約による確保人数$E^2 = \{s_3, s_4, s_5, s_6\}$となり, s_1, s_2に対して DA メカニズムで学校に割り当てを行う. DA メカニズムの結果s_1, s_2は, c_1に仮マッチされる.

Stage3 では下限制約による確保人数$E^3 = \{s_5, s_6\}$となり, s_1, s_2, s_3, s_4に対して DA メカニズムで学校に割り当てを行う. s_1, s_2, s_3はc_1に応募し, s_4はc_4に応募する. しかし, c_1の上限制約によって, s_1はc_1に拒否される. その後s_1は次の希望であるc_2に応募

し, c_2に受理される. Stage2 の結果, s_1, s_2、s_3、s_4はそれぞれ, c_2, c_1, c_1, c_4に仮マッチされる.

Stage4 では下限制約による確保人数$E^4 = \{s_6\}$となり, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5に対して DA メカニズムで学校に割り当てを行う. s_1, s_2, s_3, s_4,は Stage3 と同様な手順でそれぞれc_2, c_1, c_1, c_4に割り当てられ, s_5はc_4に応募し, c_4に受理される. 従って, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 はそれぞれc_2, c_1, c_1, c_4, c_4の学校に仮マッチされる.

Stage5 では下限制約による確保人数$E^5 = \{s_6\}$となり, $E^4 = E^5$となるため, E^4で仮マッチされていた学生を確定とし, E^5に属する全ての学生に対して, SDRQ メカニズムで割り当てる. Stage5 の結果, 全ての学生が割り当てられたので, マッチング終了となる.

$$\mu(c_1) = \{s_2, s_3\}, \mu(c_2) = \{s_1\}, \mu(c_3) = \{s_6\}, \mu(c_4) = \{s_4, s_5\}$$

例 2 と例 1 を比較すると, 例 1 で生じていたs_3がs_1に対しての妥当な不満が解消されていることがわかる. これにより, IADARQ メカニズムでは, Stage 毎に生じる格差について解消されたのではないかと考えらえる.

5.2 戦略的操作不可能性について

IADARQ メカニズムでは, 学生が申告を偽ることにより, Step1(a)のE^kを増減させることができることと IADARQ メカニズムが Stage 毎にE^kの生徒数が少なくなる可能性があることの 2 つの問題点がある. この章では、この 2 つの問題点に対して, 以下の定義と定理を用いて証明する.

[定義 4] 部分マッチングは以下の性質を満たすマッピング $\nu: S \times C \rightarrow s^{S\times(C\cup\{\emptyset\})}$である.

(i) $\forall s \in S$に関して$\nu(s) \in C \cup \{\emptyset\}$

(ii) $\forall c \in C$に関して$\nu(c) \subseteq S$

(iii) 全てのsおよびcに関して, $s \subseteq \nu(c)$の場合, $\nu(s) = c$を満たす.

次にある部分マッピングに対して, 成り立つ性質について述べる.

[定理 1] あるマッチング問題に対して, DA メカニズムを実行した時, 学生集合$S', S'' : S' \sqsubseteq S'' \sqsubseteq S$の部分マッピング$\nu'$, ν''は次の条件を満たす. : $\forall c \in C : |\nu'(c)| \leq |\nu''(c)|$

定理 1 は, DA メカニズムの性質で学校から生徒が拒否される条件が学校の上限よりも応募した学生の人数が超えない限り起きないということから証明できる.

[定理 2] あるマッチング問題に対して, DA メカニズムを実行した時, ある学生$s \in S$がある学校$c \in C$に配属された時、sの選好順位がcよりも高い学校の集合C'は以下の条件を満たす. : $\forall c' \in C' : |\mu(c')| = q_{c'}$

定理 2 は、定理 1 と同様な方法で証明できる. 定理 2 は DA メカニズムでマッチング問題を解いた時, 自分の配属された学校よりも選好が上位の学校は必ず上限人数を満たしている学校であることを示している.

[定理 3] 学生集合$S' \sqsubset S$に対して, DA メカニズムでマッチングした時の部分マッピングν', 学生集合$S'' = S' + \{s\} : s \in S \setminus S'$に対して, DA メカニズムでマッチングした時の部分マッピングν''は以下の条件を満たす. : $\forall c \in C \setminus \{c_k\}$, $c_k \in C$に対して, $|\nu'(c)| = |\nu''(c)|$ または, $|\nu'(c_k)| = |\nu''(c_k)|$+1 を満たす.

定理 3 は[Dubins 1981]より明らかである. 定理 3 はある部分マッピングに対して, 1 人の生徒を加えてマッチングした時は必ずどこかに生徒が割り当てられることを示している.

また, 定理 1～3 を用いることにより, IADARQ メカニズムが Stage 毎にE^kの生徒数が少なくなる可能性が無いことが明らかである. 具体的な証明は省くが, IADARQ メカニズムが Step1(a) に DA メカニズムを用いていることから導ける.

次にあるマッチングに対して, 生徒の移動の軌跡について定義する.

[定義 5] ある学生$s \in S$がある学校$c_i \in C$に応募した時, c_iから追い出される学生s_iまでの学生の移動の軌跡を $s \vdash_{c_i} s_i$と表記する. 具体的には以下の条件を満たした時である.

(i) $|\nu(c_i)| < q_{c_i}$の時

この時, sはc_iに受理される. また, 移動の軌跡は$s \vdash_{c_i}$と表記する.

(ii) $|\nu(c_i)| = q_{c_i}$の時

(a) $\forall s_i \in \nu(c_i)$に対して, $s_i \succ_{c_i} s$を満たす時

sはc_iに追い出される. この時の移動の軌跡を$s \vdash_{c_i} s$と表記する.

(b) $^\exists s_i \in \nu(c_i)$, $\forall s_k \in (\nu(c_i) \setminus \{s_i\})$に対して, $s_k \succ_{c_i} s_i$を満たす時

この時, s_iはc_iに追い出される. この時の移動の軌跡を $s \vdash_{c_i} s_i$と表記する.

[定義 6] ある学生$s \in S$が応募する学校$c \in C$に対して, sの移動の軌跡が $s \vdash_{c}, \ldots, \vdash_{*} s$となった時を循環と呼ぶ.

すなわち, 循環とはsがcに応募し, cに追い出された時の軌跡のことである. 循環が生じることにより, sがcに追い出されて, 次の学校に応募することになる. また, sがcに対して, 循環がないとはsがcに配属されたことである.

これらの定義, 定理を用いて, IADARQ メカニズムに対して, ある学生$s \in S$が下限制約によって確保されている生徒に対して戦略的操作を行い, sが真の申告をした時よりも選好の上位の学校に配属されないことを示す.

[証明] ある学生$s \in S$の学校の選好順位を$c_m \succ_s c_{m-1} \succ_s \ldots \succ_s c_2 \succ_s c_1$とする. この時, sの真の申告を行った時に配属された学校をc_kと仮定する($c_m \succ_s c_k \succ_s c_1$). また、$s$は第 1 希望に配属されていないこと, 最終的に$E^k$の学生ではないことの 2 つの条件を満たしていることとする. この時にsが嘘の申告を行って取りうる戦略は以下の 4 つである.

(ア) 選好順位がc_k以上である任意の学校c_lを選好順位c_k以上に移動する.

(イ) 選好順位がc_k以上である任意の学校c_lを選好順位c_k以下に移動する.

(ウ) 選好順位がc_k以下である任意の学校c_lを選好順位c_k以上に移動する.

(エ) 選好順位がc_k以下である任意の学校c_lを選好順位c_k以下に移動する.

この時, (エ)の操作を行った場合は, 移動した選好が実際の自分の志望には影響しないため,戦略的操作不可能なのは自明である.

次に(ア)～(ウ)の操作に対して, s以外の生徒に対してマッチングした時の部分マッピングνを用いて証明する. 自分を含めてマッチングを行った時の下限制約に関わらない生徒数をn'とした時, νでは下限制約に関わらない生徒数は$n' - 1$まで割り当てなければならない. もし, νの時にn'まで生徒が割り当てられていた場合は, sが戦略的操作を行ったとしても, sよりも ML が下位の生徒は邪魔することが出来なくなるからである. このことから, 本証明では, 偽りの申告を行った時は$n' - 1$をn'にする操作を行ったと仮定する. 一方, (ア)の操作でsが真の申告をした時には, 後ろの人が循環によって, sの希望順位を下がらなければいけないので, sが追い出されるまでに$n' - 1$ を $n' - 1$ のまま, 回さなければならないことがわかる. この時, (ア)の操作だと仮定すると、偽りの申告では、$n' - 1$ を $n' - 1$ にしかできないので, $n' - 1$をn'にすることと矛盾する. そこで, 偽りの申告で $n' - 1$ を n'にできるのは, (イ)と(ウ)の操作である. しかし, (イ)と(ウ)の操作

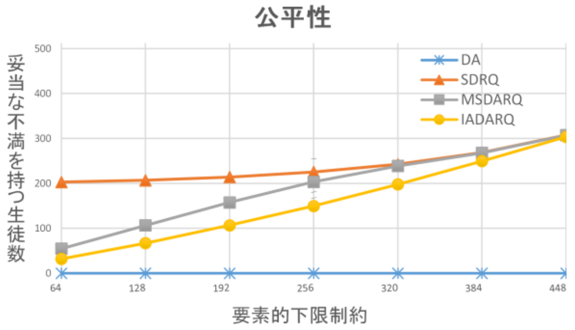

図 1. 妥当な不満を持つ生徒数

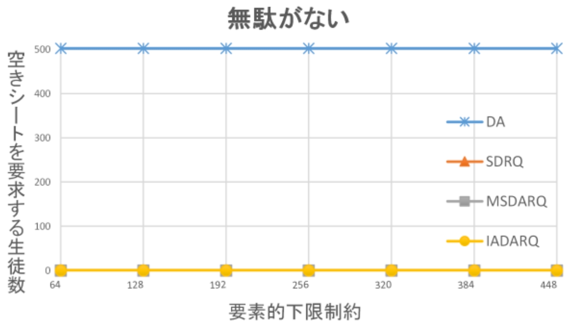

図 2. 空きシートを要求する生徒数

のようなc_kよりも選好順位が下位の学校に入れても, sがc_kよりも選好順位が上位の学校に留まることが出来ないことは循環を用いて証明することが出来る. 具体的には. sがc_kよりも選好順位が下位の学校に応募し, sがc_kを循環によって追い出されて, sがc_kよりも選好順位が上位の学校に入るには, sを追い出すための循環が生じることを利用することによって, $n'-1$ を $n'-1$の操作しか出来ないことを導ける. この循環の詳細な証明は省略するが, この循環では下限制約にかかる状況は変化しない. よって全ての操作に対して, 偽りの申告をした時に, $n'-1$をn'にする操作がないことより, 戦略的操作不可能性が証明できた.

6. 評価実験

6.1 実験環境

本実験は, 橋本らと同様の条件下で実験を行い, IADARQ メカニズムと従来手法である MSDARQ メカニズムの性能評価を行う[橋本 2014]. 具体的には, 学生の人数$n = 512$, 学校数$m = 64$とし, 各学校の個別上下限は, 上限人数$q_{\{c\}} = 40$, 下限人数$p_{\{c\}} = 0$とする. 地域は, 深さ 6 の 2 分木で表す. 地域の下限制約は, 地域に割り当てる要素的下限制約を 64 人から 448 人の範囲で変化させ, なるべく全ての地域に対して均等になるように割り当てる. 次に学生の選好順序は, 学校の人気度を重みとした重み付き乱数で設定する. 具体的には, 全ての学生が持つ学校に対する評価の人気度を表すベクトルu_cを$[0,1]^m$の一様分布で生成し, 学生個別持つ志望順位を表すベクトルu_sを$[0,1]^m$の一様分布で生成する. これらを用いて, 各学校に対する評価を, パラメータ$\alpha \in [0,1]$を用いて $\alpha u_c + (1-\alpha)u_s$で与える. すなわち, パラメータ$\alpha$を大きくするにつれて, 学校の人気度の影響が強くなる. 学校の選好順序は一様分布で設定し, マスターリストはタイブレーク順$(1,2,\ldots,x-1,x)$で設定する. 本実験では, 各要素的下限制約を与えられた問題に対して, 100 回の繰り返し実験を行い, その平均を求めた. 実験に使用するメカニズムは, 本提案手法である IADARQ メカニズム, 従来手法である DA メカニズム, SDRQ メカニズム, MSDARQ メカニズムの 4 つの手法に対して比較実験を行う. ここでの DA は下限制約に対応していないので, それぞれの学校に割り当てられる生徒の個別上限$q_{\{c\}} = 8$として実行した時のものである.

6.2 実験結果

図 1 が妥当な不満を持つ生徒数の実験である. 縦軸が 100 回実行した時の妥当な不満を持つ生徒数の平均人数を表し, 横軸が要素的下限制約の数を表している. 図 1 の結果より, それぞれの手法では下限制約を強めることにより, 妥当な不満を持つ生徒が増えていくことが分かる. また, 提案手法である IADARQ メカニズムが従来手法である MSDARQ メカニズムよりも妥当な不満を持つ生徒が少ないことが分かる. この理由として, 例 1 と例 2 で述べた Stage 毎における格差で生じていた妥当な不満を持つ生徒が取り除かれたことが考えられる. また, DA メカニズムは公平性の観点から安定なマッチングであった.

図 2 は空きシートを要求する生徒数の実験である. 縦軸は 100 回実験した時の空きシート要求件数の平均の数であり, 横軸は要素的下限制約である. 図 2 の結果より, 提案手法である IADARQ メカニズム, 従来手法の SDRQ メカニズム, MSDARQ メカニズムはともに空きシートを要求する生徒がいなかった. しかし, DA メカニズムは空きシート要求する生徒がほとんどであった. その理由として, DA メカニズムを下限制約に無理やり対応させるために, 本来学校の個別上限人数$q_{\{c\}} = 40$であった制約を無理やり$q_{\{c\}} = 8$としたからである.

7. おわりに

本論文では, IADARQ メカニズムの戦略的操作不可能性について示し, 性能評価でも従来手法よりもより良いメカニズムを設計することができた. 具体的には, 従来手法の妥当な不満を持つ生徒が Stage 毎の格差によって生じていることを見つけ、その改善を行った. 今後は, 本手法をベースとし, 新たな制約問題について取り組みたいと考えている.

参考文献

[橋本 2014] 橋本直之, 後藤試大, 上田駿, 岩崎敦, 安田洋祐, 横尾真 : 地域制約下での戦略的操作不可能なマッチングメカニズム, 電子情報通信学会論文誌, vol.j97-D, No.8, pp.1336-1346 (2014)

[Goto 2015]Goto, Masahiro and Kojima, Fuhito and Kurata, Ryoji and Tamura, Akihisa and Yokoo, Makoto. Designing Matching Mechanisms under General Distributional Constraints. Munich Personal RePEc Archive. No. 64000, posted 2. (May 2015)

[Gale 1962] Gale,D and L.Shapley. College Admissions and the Stability of Marriage, The American Mathematical Monthly, Vol. 69.No.1, pp.9-15(Jan., 1962),

[濱田 2015] 濱田直斗, 倉田涼史, 後藤誠大, 横尾誠, 個別下限制約付きタイプ優先マッチング問題, the Japanese Society for Artificial Intelligence vol 4D-12(2015)

[飯田 2016] 飯田伸也, 東祥平, 藤田悟, 地域制約下のマッチングに対する繰り返しメカニズムの提案, 情報処理学会第 78 回全国大会 Vol. 5P-04(2016)

[Dubins 1981] L. E. Dubins and D. A. Freedman, Machiavelli and the Gale-Shapley Algorithm, The American Mathematical Monthly. Vol. 8968. No.7. pp. 485-494(Aug. – Sep. 1981)