

# 迷路問題における難易度指標の導入と 実時間探索アルゴリズムの性能解析

Introduction of Hardness Measures and Performance Analysis of Real-Time Search Algorithms on Maze Problems

水澤 雅高 栗原 正仁  
Masataka Mizusawa Masahito Kurihara

北海道大学 大学院情報科学研究科  
Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University

This paper presents two measures for characterizing the hardness of randomly generated mazes parameterized by obstacle ratio and relates them to the performance of real-time search algorithms. The first measure is the entropy calculated from the probability of existence of solutions. The second is a measure based on total initial heuristic error between the actual cost and its heuristic estimation. We show that the maze problems are the most complicated in both measures when the obstacle ratio is around 41%. Evaluating the number of steps required for a problem solving by the well-known real-time search algorithms, we show that they all have a peak when the obstacle ratio is around 41-42%. The results support the relevance of the proposed measures.

## 1. はじめに

人工知能における探索とは、状態空間グラフにおける初期状態から目標状態までの解経路を発見することであり、試行錯誤を伴うような非決定的問題に対する基本的な解決手段として、これまでにさまざまな探索手法が提案されてきた。実時間探索は、A\*アルゴリズムに代表される古典的オフライン探索に対する比較的新しい枠組みで、一定量の先読みと移動を交互に行う探索手法である。

実時間探索における代表的なベンチマーク問題としてランダムに生成される迷路問題が頻繁に取り上げられているが、配置される障害物の密度の違いが状態空間の構造にどのように反映され、実時間探索アルゴリズムの挙動にいかなる影響を及ぼすかについては充分明らかにはされていない。特に近年、特定のパラメータ領域において問題の特性やアルゴリズムの性能が急激に変化するという相転移現象の存在が、制約充足問題をはじめとしたさまざまな問題で確認されており [1]、パラメータ特性に関するきめ細かな議論が重要視されている。

本研究では、迷路問題において、配置される障害物の密度の違いが問題の難易度や実時間探索アルゴリズムの性能に与える影響を実験的に解析する。まず、一定割合の障害物をランダムに配置したときに解が存在する確率をモンテカルロ法により求める。次に、解が存在する問題に対し、ヒューリスティック関数による推定コストの誤差を算出する。これらの値に基づいて、特定のアルゴリズムに依存せずに問題の難易度を表す2つの指標を導入する。さらに、3種類の基本的な実時間探索アルゴリズムによる問題解決の評価実験を通して、障害物密度の増減に伴うアルゴリズムの性能の変化を調査し、導入した難易度指標の妥当性を検証する。

## 2. 実時間探索

### 2.1 状態空間探索の定式化

状態空間探索問題は状態の集合  $N$ 、初期状態、目標状態の集合、状態遷移を生じさせるオペレータの集合  $O \subseteq N \times N$  の

四つ組により与えられる。組  $\langle N, O \rangle$  により状態空間グラフが構成され、求めるべき問題の解は初期状態からある1つの目標状態への経路である。状態  $x \in N$  から  $x'$  へ遷移するコストは  $c(x, x') (> 0)$  で表される。ヒューリスティック探索では、探索効率の向上を図るため、各状態  $x$  から目標状態までの最適経路コスト  $h^*(x)$  の推定値  $h(x)$  が与えられる。

### 2.2 実時間探索アルゴリズム

本研究では、代表的な実時間探索アルゴリズムとして、Real-Time A\* (RTA\*), Learning Real-Time A\* (LRTA\*), Multi-Agent Real-Time A\* (MARTA\*) の3種類を取り上げる [2, 3]。

RTA\*は、目標状態に到達するまで以下の処理を繰り返す。ただし、 $secondmin$  は2番目に小さい値（存在しないときは無限大）を返す関数であるとする。

1. 問題解決器の現在の状態  $x$  の各隣接状態  $x'$  に対して、評価値  $f(x') = c(x, x') + h(x')$  を計算する。
2. 状態  $x$  の推定コスト  $h(x)$  を以下のように更新する。  
$$h(x) \leftarrow secondmin_{x'} f(x')$$
3. 最小の  $f(x')$  を与える状態  $x'$  に移動する。すなわちそのような  $x'$  を改めて  $x$  とする。

LRTA\*は、RTA\*の第2ステップを次の処理に置き換えたものである。

2. 状態  $x$  の推定コスト  $h(x)$  を以下のように更新する。  
$$h(x) \leftarrow min_{x'} f(x')$$

MARTA\*は、同一の問題に対して複数のエージェントがそれぞれ自律的・並行的に RTA\*を実行する。本研究でのエージェント数は10とする。

## 3. 迷路問題の難易度指標

### 3.1 迷路問題

迷路問題とは、障害物がランダムに配置された2次元正方形格子状のグラフからなる迷路において、初期状態から目標状態への経路を求める問題である。本研究では、状態空間の両端は

連絡先: 水澤雅高, 北海道大学 大学院情報科学研究科 コンピュータサイエンス専攻, 札幌市北区北14条西9丁目, 011-706-6861, mizu@main.ist.hokudai.ac.jp

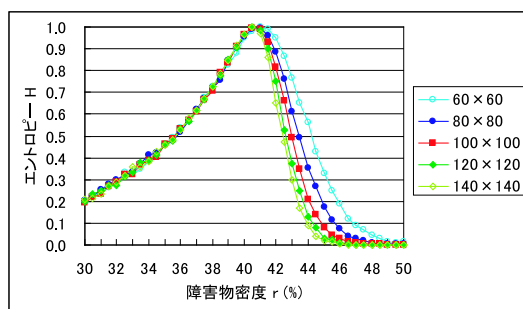


図 1: 解の存在確率  $p$  に基づくエントロピー  $H$

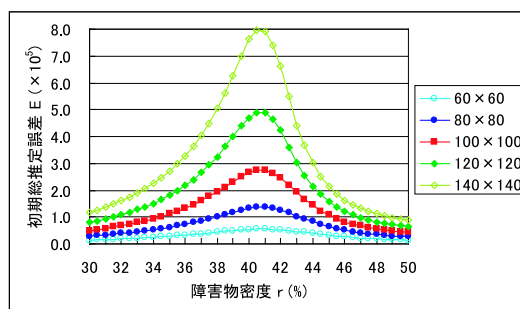


図 2: 初期総推定誤差  $E$

トラス状に接続され、初期状態と目標状態はマンハッタン距離を基準として最も離れている点（つまり互いに世界の真裏にあたる地点）に配置されるものとする。推定コストの初期値  $h^0(x)$  としてはマンハッタン距離を用いることとする。

### 3.2 解の存在確率に基づくエントロピー

さまざまな大きさ、および障害物密度  $r$  を持つ迷路問題について、解の存在確率  $p$  をモンテカルロ法によって求めた。 $p$  をもとに迷路の複雑さを直感的に評価すると、 $p$  が約 0.5 の場合、つまり解の有無を事前に予測することが最も困難となる程度に過不足なく障害物を配置した場合に、迷路の複雑さが最大になると予想できる。このような直感を取り入れた難易度指標として、 $p$  に基づくエントロピー

$$H = -p \log_2 p - (1 - p) \log_2 (1 - p)$$

を導入する。 $H$  は解の有無の判定における平均情報量であり、問題の一種の乱雑さを表すと考えることができる。

$H$  を算出した結果を図 1 に示す。迷路の大きさによらず、 $H$  が最大となるのは  $r$  が約 41% の場合であり、ランダムに作成される迷路の潜在的な特性を示していると言える。

### 3.3 初期総推定誤差

実時間探索アルゴリズムは推定コストを頼りに移動を繰り返すため、その性能は推定コストの正確さに多大な影響を受ける。すなわち、問題解決の開始時点における推定コストの誤差の大きさは、実時間探索アルゴリズムでの問題解決の困難さと密接に関連していると考えられる。そこで、次の式で表される初期総推定誤差  $E$  に基づいて、問題事例の難易度の定量的な評価を行う。

$$E = \sum_{x \in N} |h^*(x) - h^0(x)|$$

$E$  を算出した結果を図 2 に示す（標準誤差率は 1% 未満）。迷路の大きさによらず、 $E$  が最大となるのは  $r$  が約 41% の場合である。このように、 $E$  と  $H$  はそれぞれ異なる観点からの難易度指標であるにもかかわらず、それらが最大となる問題領域はよく一致している。この結果から、ランダムに作成した迷路問題の状態空間は、 $r$  が約 41% の問題領域において最大の複雑さが実現され、それ以上の障害物の過剰な配置は逆に迷路の単純化を招くと考えられる。

## 4. 実時間探索アルゴリズムの性能評価

障害物密度  $r$  をパラメータとした迷路問題における実時間探索アルゴリズムの性能を調査する。具体的には、RTA\*, LRTA\*, MARTA\* での問題解決の評価実験を行い、目標状態に到達するまでの問題解決器の移動回数（MARTA\* については 10 体の総移動回数）を測定する。迷路の大きさは  $100 \times 100$  とする。

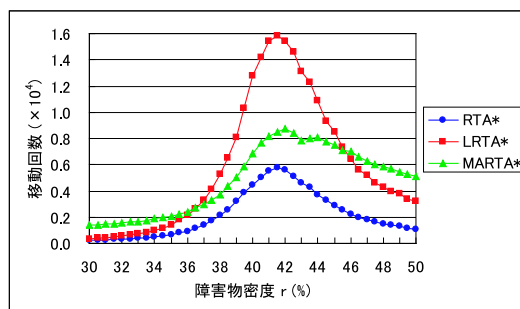


図 3: RTA\*, LRTA\*, MARTA\* の性能

実験結果を図 3 に示す（標準誤差率は 2% 未満）。いずれのアルゴリズムを用いた場合についても、移動回数が最大となるのは  $r$  が約 41.5 ~ 42% の場合である。エントロピー  $H$  と初期総推定誤差  $E$  が最大となるのは、ともに  $r$  が約 41% の場合であった。これらの問題領域はほぼ一致しており、 $H$  および  $E$  による難易度指標の妥当性がおよそ支持される結果となった。

## 5. おわりに

本研究では、実時間探索の標準的なベンチマーク問題となっている迷路問題に着目し、障害物密度に応じた問題の難易度を実験的に解析するとともに、実時間探索アルゴリズムの性能の調査を行った。具体的には、解の存在確率に基づくエントロピー  $H$  および初期総推定誤差  $E$  の 2 つの観点から、難度のピークは障害物密度が約 41% の問題領域にあることを示し、アルゴリズムの性能評価実験によりその妥当性を確認した。

今後の課題としては、状態空間の構造やアルゴリズムの挙動に関する理論的な解析を行い本研究で実験的に得られた結果を検証することや、他の探索問題や一般のランダムグラフに関する考察などが挙げられる。

## 参考文献

- [1] C.P.Gomes, T.Hogg, T.Walsh, W.Zhang: Phase Transitions and Structure in Combinatorial Problems, *AAAI-02 tutorial* (2002).
- [2] K.Knight: Are many reactive agents better than a few deliberative ones?, *Proceedings of the Thirteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp.432-437 (1993).
- [3] R.E.Korf: Real-Time Heuristic Search, *Artificial Intelligence*, Vol.42, pp.189-211 (1990).