

# Error-based Simulationのためのロバストシミュレータの開発と評価

## Implementation and Evaluation of Robust Simulator for Error-based Simulation

堀口 知也                      平嶋 宗  
Tomoya Horiguchi              Tsukasa Hirashima

\*<sup>1</sup>神戸大学海事科学部                      \*<sup>2</sup>広島大学工学研究科  
Faculty of Maritime Sciences, Kobe University      Department of Information Engineering, Hiroshima University

Error-based Simulation (EBS) is a framework for assisting a learner to become aware of his error. It makes simulation based on his erroneous hypothesis to show what unreasonable phenomena would occur if the hypothesis were correct, which has been proved effective in causing cognitive conflict. In making EBS, it is necessary (1) to make simulation by dealing with a set of inconsistent constraints because erroneous hypotheses often contradict the correct knowledge, and (2) to estimate the 'unreasonableness' of phenomena in simulation because it must be recognized to be 'unreasonable' by a learner. Since the method used in previous EBS-systems was much domain-dependent, this paper describes a method for making EBS based on any inconsistent simultaneous equations/inequalities by using TMS (it is called 'Partial Constraint Analysis (PCA)'). It also describes a set of general heuristics to estimate the 'unreasonableness' of physical phenomena. By using PCA and the heuristics, a prototype of EBS-system for elementary mechanics and electric circuit problems was implemented in which a learner is asked to set up equations of the systems. A preliminary test proved our method useful in which most of the subjects agreed that the EBSs and explanations made by the prototype were effective in making a learner be aware of his error.

### 1. はじめに

シミュレーション環境における構成的学習を支援するための要件の一つとして、誤り発生の機会を捉えて認知的葛藤を生起させるようなフィードバックを与えることが挙げられる [Perkinson 84]。我々はこれを誤りへの気づきの支援と呼び、大別して二つの方法があると考えている。一つは、「正解」を提示してその妥当性を説明するものであり、もう一つは、学習者の誤った考えや誤答が妥当でない結果を導くことを示すものである。前者を間接的な誤りへの気づきの支援、後者を直接的な誤りへの気づきの支援と呼ぶ [平嶋 04]。

Error-based Simulation (EBS) [Hirashima 98] は、シミュレーション型学習環境において、後者の方法による誤りへの気づきを支援するための枠組みである。環境内で学習者が表明した誤った考えや誤答（「仮説」と呼ぶ）に基づいてシミュレーションを行い、その結果が「妥当でない（受け入れ難い）」現象となることを示すことによって、学習者に自身の誤りに気づかせることを狙いとする。前者の方法に比してより強い認知的葛藤を生起し、深い理解へ導くことが実証されている [Horiguchi 05]。

EBS を実現するためには、次の二つが問題となる。まず、誤った仮説の表現は、シミュレーション生成に必要な制約（領域の正しい知識）としばしば矛盾を起こし、計算不可能となることである。また、シミュレーション結果は学習者が「妥当でない」と認知するものでなければならない。そこで、矛盾を含み得る制約集合を処理してシミュレーションを生成する機構、およびその結果である現象の「非妥当性」を明確な評価基準に従って見積もる機構が必要となる。

筆者らはこれまで、初等力学における立式問題を主な対象として、EBS を生成・提示するシステムの開発を行ってきた [Horiguchi 99, 堀口 01, 堀口 02]。しかし、その EBS 生成手法は、対象とする誤りを限定し、かつ領域固有のヒューリスティクスを用いることで計算における矛盾を回避しており、汎用性に欠けるものであった。また、制約処理に用いられる知識

が暗黙的であるため、結果として生じる現象の物理的意味を予測することが難しく、外部から経験的に与えられる評価基準に従ってその「非妥当性」を見積もっていた。

そこで、本稿では、誤りを含む任意の連立方程式および不等式について、その制約中に含まれる矛盾を検出・除去する手法（部分制約解析法）を提案し、それを用いて EBS を生成するシミュレータ（ロバストシミュレータ）の実現例を示す。また、物理系における典型的な方程式 / 不等式のいくつかについて、それらへの違反がどのような物理的意味を持つかを考察し、EBS における現象の「非妥当性」を予測・制御するための一般的ヒューリスティクスを整理する。また、これらの手法に基づいて実装したプロトタイプ・システムについて述べ、その有用性を確認するために行った予備実験とその結果について述べる。

### 2. 部分制約解析法によるロバストシミュレータの実現

従来の EBS 生成・提示システムでは、対象領域における仮定を利用して、制約計算の際に起こり得る矛盾の処理手順（削除対象となる制約）を予め指定していた。しかし、より一般的な条件の下では、制約集合に含まれる矛盾の原因を明示的に同定し、これを適切に除去する機能を実現する必要がある。本章では、制約違反を含み得る任意の連立方程式および不等式について、そのような制約処理を行う手法として部分制約解析法（Partial Constraint Analysis: PCA）を提案し、それを用いたロバストシミュレータの実現例を示す。

#### 2.1 部分制約解析法のアルゴリズム

PCA は、次のような制約集合を扱うことができる。

- すべての制約が連立方程式および不等式のみで記述されている。
- 各々の方程式 / 不等式において、それに含まれる任意の変数について記号的に解くことができる。

一般性を失わないので<sup>\*1</sup>、以下、制約集合は方程式のみから成るものとする。PCA は、まず所与の連立方程式  $S$  を制約ネットワーク (Constraint Network: CN) として表し、次にその中の無矛盾な部分ネットワーク (Partial Constraint Network: PCN) を探索する。CN は、 $S$  中の方程式を表すノード (e-node)、変数を表すノード (v-node)、および変数とそれを含む方程式の間のリンクとから成る。変数には、系の内部機構により値の決まるもの (内生変数) と、系の外部機構により値の決まるもの (外生変数) とがあり、後者を表すノードを特に ex-v-node と記す ( $n$  本のリンクを持つ) 各 e-node は、 $n-1$  個の v-node(s) から値を受け取り、残る 1 個の値を計算する計算機構として働く ( $n$  本のリンクを持つ) 各 v-node は、1 個の e-node から値を受け取り、残る  $n-1$  個の e-node(s) へその値を供給する。CN が制約違反を含まないとき、すべての v-node(s) は、それぞれちょうど 1 個の e-node から唯一の値を受け取る (すべての ex-v-node(s) の値は、系の外部から供給されるものとする)。すなわち、ex-v-node(s) からの値の伝播経路が一つ決まる (ただし CN がループを持つときは、ループ上の v-nodes の値は、連立方程式を解くことによって同時に決定される)。

CN が制約違反を含むとき、次のような不規則性が現れる。

- (制約不足) e-node(s) において、1 個の v-node の値を計算するのに必要な (残る  $n-1$  個の) 値が供給されない。すなわち、いかなる経路によっても値が決定できない v-nodes が存在する。
- (過制約) 値を決定する複数の経路を持つ v-node(s) が存在する。すなわち、同時には解を持たない複数の e-nodes が存在する。

PCA は、一つ (以上) の ex-v-node(s) (または仮に値を与えた v-node(s)) を始点として、隣接ノードへの値の伝播可能性を調べながら、部分ネットワークを成長させていく。各 v-node へは、ex-v-node(s) および伝播経路上の e-node(s) を用いた計算法を記号的処理により決定して付する。不規則性に出会ったとき、次の処理を行う。

- (制約不足) e-node(s) において、1 個の v-node の値を計算するのに必要な値が供給されないとき、すなわち、計算法の決定していない他の v-node(s) が存在するとき、その値 (計算法) を仮に与えて、伝播を続行する (それを仮数 (dummy/dummies) と呼ぶ)。
- (過制約) 複数経路が存在する原因となった複数の e-nodes のうち一つを選び除去する。すなわち、その e-node は PCN に含めない。

これを、それ以上値が伝播できなくなるまで続ける。ループに出会ったときは、ループ上の連立方程式を記号的に解く (含まれる仮数の内一つの計算法を決定する) ことを試みる。過制約の検出およびその原因となった e-nodes の同定には、非単調な推論能力が必要となるが、現在は、制約伝播における依存関係を効率よく管理するための機構である TMS (Truth Maintenance System) [Forbus 93] を用いている。TMS が管理する依存関係ネットワークを辿ることによって、連立方程式がなぜ解けないか (またはどのようにして解かれるか) に関する

\*1 方程式が変数の値に一つの制約を与えるのに対し、不等式は変数の値域に一つの制約を与える。この意味で、両者は以下のアルゴリズムにおいて同等とみなすことができる。

る説明を生成することができる。矛盾 (過制約) の検出とその処理の詳細については、[Forbus 93] を参照されたい。

### 3. 現象の「非妥当性」を見積もる一般的ヒューリスティクス

#### 3.1 制約緩和のための四つのヒューリスティクス

誤りを含む連立方程式<sup>\*2</sup>が解を持たない場合、PCA は元の連立方程式から一つ (または一組) の方程式を削除したものを PCN として出力する。一般に、制約緩和のための削除の候補となる方程式 (の組) は複数存在するが、そのうちどれを選択するかによって、生成される現象の物理的不自然さは大きく影響を受ける。すなわち、対象となり得る方程式の物理的意味 (領域におけるどのような規約を表しているか) を予め記述しておくことにより、生成される EBS の「非妥当性」を見積もることができる。これは、PCA を用いたロバストシミュレータが、より効果的な EBS を生成するためにどの方程式を削除すべきかを決定する際の、選択基準として用いることができる。

本節では、直接的な誤りへの気づきを支援する観点から、可能な限り学習者にとって「妥当でない」EBS を生成するための評価基準 (方程式の選択基準) を考察し、具体的領域に依存しない四つのヒューリスティクスとしてまとめる。

(H1) 誤った方程式は原則として削除しない。

EBS の目的は、「学習者の誤った仮説を認めると妥当でない現象が生起せざるを得ない」ことを示すことである。立式問題では、誤った方程式に学習者の誤りが反映されているため、これを削除すべきではない。誤った方程式が複数存在して互いに矛盾する場合にのみ、それらのうちいくつかを削除する。

(H2) 学習上のトピック (物理法則・原理など) を表す方程式を優先的に削除する。

ある物理定数・変数間に成立する制約関係を学習しているとき、これを表す方程式を削除してその不成立を示すことは、トピックを焦点化する上で有用である。例えば、「エネルギー保存の法則」の学習において、「学習者の立式に従うとエネルギーが非保存とならざるを得ない」ことを示すことは、誤りへの気づき (内省) を促進すると考えられる。

(H3) 物理定数の値や変数の定義域を規定する方程式 / 不等式を優先的に削除する。

物理定数の値や変数の定義域を規定する方程式 / 不等式は、その定数や変数の物理的意味、それらを属性に持つ物理的オブジェクトやプロセスの存在に関わる条件、および対象系の振る舞いを表す方程式の成立条件など、領域における最も基本的な規約を表したものが多く、よって、これらに違反する現象は「妥当でない」と認知される可能性が高いと考えられる。例えば、摩擦係数が非負であることを記した不等式、力学 (機構) 系における自由領域 / 閉塞領域を記した方程式 / 不等式、および Bernoulli 方程式において定常的層流を仮定するための不等式 ( $Reynolds$  数  $\leq 2300$ ) などが削除された場合などである。

\*2 本節においても、「方程式」という語に不等式をも含めて考える。特に不等式が含まれることを強調する必要があるときのみ、「方程式 / 不等式」と記すこととする。

- (H4) 対象系の基本回路方程式, カットセット(インシデンス)方程式を優先的に削除する. 特に, 力学系では前者を, 流体系・電気系では後者を優先する.

対象系の方程式が, 系の構成要素において定義される横断変数の代数和に関する基本回路方程式や通過変数の代数和に関するカットセット(インシデンス)方程式 [成田 70] として表されているとき, 一般に, それらは対象系における基本的物理量の保存や構成要素間の関係の保持など, 最も基本的な規約を表したものとなっている. よって, これらを削除することにより「妥当でない」と認知される現象が生じる可能性が高い. 例えば, 流体系や電気系におけるカットセット(インシデンス)方程式は, 構成要素間を流れる物質の保存則(物質収支の式やキルヒホッフの電流則)を表し, また, 力学系における基本回路方程式は, 構成要素間の相対速度の保持を表している. これらが削除されると, 原因なく物質が生成/消滅したり, 剛体同士が時空間的に重なるなどの現象が生じ得る.

### 3.2 プロトタイプ・システムの実装

部分制約解析法(2.1, ??) および制約緩和のためのヒューリスティクス(3.1)を用いて, 制約違反を含み得る所与の連立方程式および不等式から EBS を生成するロバストシミュレータのプロトタイプを試作した. 本節では, その実装および初等力学の領域における動作例について述べる.

学習者による立式の取り扱い 本プロトタイプにおいて実装した数式解釈器は, 次元の一貫性を持つ多項式のみから成る方程式/不等式を取り扱い, 物理定数や変数を表すラベルは, すべて問題において指定されているものとした. 数式の正誤は, 予め正解の数式およびそのいくつかの変形例を与えておくことで判定する. 学習上のトピックを表す式, 物理定数や変数の値や定義域を規定する式の同定についても, 同様の方法を用いた. 基本回路方程式, カットセット(インシデンス)方程式を正しく同定するため, ここでは, 系のすべての構成要素に対する電流(電気系), 速度(機械系)などのラベルを問題において指定しておき, 必ずそれらを用いて立式するよう学習者に指示した. これによって, 各々の領域における基本的な規約を表す方程式が, 省略されることなく立式される.

説明の生成 制約解析時に生成される依存関係ネットワークを辿ることにより, 連立方程式がなぜ解けないか(またはどのようにして解かれるか)に関する説明を生成する機能を実装した. また, 方程式/不等式が削除された場合, 上記ヒューリスティクスを用いて現象の「非妥当性」に関する説明も併せて生成される. 説明は, 簡単な説明テンプレートによって, 自然言語文として提示される.

初等力学の例 図 1a に示す力学系に対して同図 b の方程式が立式されたとき, この連立方程式は解を持たない. これは同図 c の制約ネットワークにおいて左右のループ(変数  $a_3, b_2, T$  を含むループおよび変数  $a_1, a_2, N$  を含むループ)が同時には解けないことに起因するため, ロバストシミュレータは, いずれかのループ上の方程式の削除を試みる. (H1) により, 式(3')は削除対象から外される. 残る式(1), (2), (4)~(6)のうち, 式(1), (2), (4)はインシデンス方程式, 式(5), (6)は基本回路方程式であるので, (H5) により, 例えば式(5)が削除される. 残った方程式による計算の結果,  $a_1 = g/4, a_2 = 9g/4, a_3 = b_2 = 3g/2, T = 5Mg/2, N = 9Mg/4$  となり ( $a_1$  の値は仮数として任意に与えた), Block-1 と Block-2 の相対位置が保持されず, 両者が重なるという「妥当でない」現象が生じる. 同図 d に, システムによって生成された EBS の例を示す.

## 4. 予備実験

本稿で提案した手法(PCA および制約緩和のヒューリスティクス)の有用性を確認するため, 以下のような予備実験を行った.

目的・計画 本手法を用いて実装されたロバストシミュレータが種々の誤答例に対して生成した EBS が, 誤りへの気づきに有効なものとなっているか否かを, 意見聴取の形で調査した. ただし, 誤答の捉え方は個人個人の経験や知識・理解に依存するところが大きいと考えられる. そこで, ここでは, 各々の誤答例が実際にあり得るものであるか否かも併せて意見聴取し, 肯定的な回答をした被験者による有効性の評価のみを検討した. 装置・課題 初等物理学における立式問題(力学三題, 電気回路一題. それぞれ問題 1~3, 問題 4 とする), およびそれらに対する誤答例を 8 例用意した(問題 1, 2, 4 については各 1 例, 問題 3 については 4 例). 誤答例(誤った立式)は, 立式問題において頻出するとされる誤り(ベクトル量の符号違い, 項の欠落, 三角関数の誤用など [Liew 05, Shapiro 05])を組み合わせて作成した. それぞれの誤答例に対し, 試作したシステムを用いて説明および EBS を生成する. EBS は, 原則として対象系の運動を動画で表示するものであるが, 視認が難しい挙動(例えばエネルギーや電流の総量の変化)については, 説明の中でそれに言及した箇所への注意を, 実験者が口頭で促した.

被験者 工学系大学生・大学院生, 計 10 名.

手順 それぞれの問題における誤答例, および生成された説明と EBS を被験者に提示し, 「実際にあり得る誤りであるか否か」および「誤った立式をした学習者に対してこのような説明および EBS を提示することは, 誤りへの気づきに有効であるか否か」を, チュータとしての視点からそれぞれ五段階で評定させた.

結果と考察 それぞれの問題における誤答例について, システムによって生成された EBS を表 1a に示す. PCA および制約緩和のヒューリスティクスを用いることで, 種々の誤答例(誤った立式)に対して EBS が生成されている. これらの EBS および説明を, 被験者に提示したときの反応を表 1b に示す. ただし同表は, 各々の誤答例があり得るか否かについて肯定的な回答(五段階評定(よくあり得る~ほとんどあり得ない)で「よくあり得る」または「あり得る」を選択)をした被験者による有効性の評価のみを集計したものである.

問題 3 の誤答例 1 および 2 に関しては, サンプル数(「あり得るか否か」に対して肯定的な回答をした被験者数)が少ないため, ここでは考慮外とする. このとき, 他のすべての場合において, 多くの学習者が EBS の効果に対して肯定的評価を与えていることがわかる(ただし, 肯定的評価(「十分効果がある」および「効果がある」と否定的評価(「あまり効果がない」および「ほとんど効果がない」)をした被験者数について二項検定(両側)を行ったとき, 有意傾向以上の偏りが見られるのは問題 1 および問題 3 の誤答例 4 の場合のみである). 否定的評価を行った被験者の多くは, 提示された説明が解釈し難いことを指摘した. また, 肯定的評価が比較的少ない問題 2 については, 現象の非妥当性(力学的エネルギーの増加)が, 対象系の運動を表示する EBS によっては直観的に可視化されなため理解し難いとの指摘が多くなされた. しかし, これらの被験者も生成された EBS の主旨自体を否定するものではなく, 説明生成に用いるテンプレートの改良および適切な可視化メディアの使用により, 改善が可能であると考えられる(後者は [平嶋 04, Horiguchi 99, 堀口 01] において検討されている).

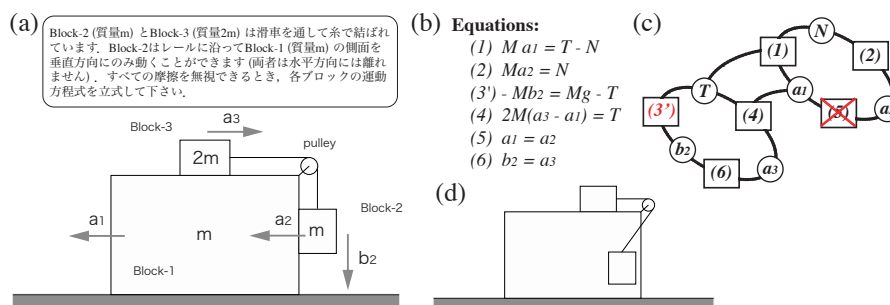


図 1: 初等力学の例題

表 1: 実験結果

(a)		立式中の誤り	適用ヒューリスティクス (削除された方程式/不等式)	生成されたEBS	(b)						
					十分効果がある	効果がある	どちらとも言えない	あまり効果がない	ほとんど効果がない		
問題 1		項の誤り	H4 (基本回路方程式)	二物体を結ぶ糸が破れる	1	6	1	0	0		
問題 2		三角関数の誤用	H2 (力学的エネルギー保存の式)	力学的エネルギーの消失	0	4	2	1	0		
問題 3	誤答例 1 EBS1	ベクトル量の符号	H4 (基本回路方程式)	物体同士が重なる	1	1	0	0	0		
	誤答例 1 EBS2	同上	H4 (基本回路方程式)	二物体を結ぶ糸が破れる	1	1	0	0	0		
誤答例 2	誤答例 2	ベクトル量の符号	H4 (基本回路方程式)	結合された二物体が離れる	2	1	1	0	0		
	誤答例 3	ベクトル量の符号、項の欠落	H4 (基本回路方程式)	二物体を結ぶ糸が伸びる	0	4	3	0	0		
	誤答例 4	ベクトル量の符号、項の欠落	H4 (基本回路方程式)	二物体を結ぶ糸が破れる	3	4	1	1	0		
問題 4		ベクトル量の符号	H4 (インジゲンズ方程式)	電流の消失	0	4	2	1	0		

本実験は、学習者による実際の誤答に基づくものではないため、予備的調査の域を出るものではない。しかし、種々の形式の誤った方程式から EBS および説明が生成可能であること、また、それらの現象の不自然さ(非妥当性)の多くが誤りへの気づきに有効であると評価されたことは、本手法の有用性を示唆しているものと考えられる。

## 5. まとめ

本稿では、誤りへの直接的な気づきを支援するための枠組みである EBS の適用領域の拡張を図るため、誤りを含む任意の連立方程式 / 不等式を処理して EBS を生成するための手法 (PCA), および EBS における現象の「非妥当性」を予測・制御するための一般的ヒューリスティクスを提案した。また、本手法に基づいて実装したプロトタイプ・システムを用いた予備実験の結果はその有用性を示唆するものであった。このことにより、本手法は、様々な学習領域において EBS を用いた支援を可能にするものと考えられる。

## 参考文献

[Forbus 93] Forbus, K.D., deKleer, J.: Building Problem Solvers. The MIT Press (1993)

[Hirashima 98] Hirashima, T., Horiguchi, T., Kashihara, A., Toyoda, J.: Error-based Simulation for Error-Visualization and Its Management. *Int. J. of Artificial Intelligence in Education*, **9** (1998) 17-31

[平嶋 04] 平嶋宗, 堀口知也: 「誤りからの学習」を指向した誤り可視化の試み. *教育システム情報学会誌*, **21** (2004) 178-186

[Horiguchi 99] Horiguchi, T., Hirashima, T., Kashihara, A., Toyoda, J.: Error-Visualization by Error-Based Simulation Considering Its Effectiveness-Introducing Two Viewpoints-. *Proc. of AIED99*, (1999) 421-428

[堀口 01] 堀口知也, 平嶋宗: 誤りへの気づきを支援するシミュレーション環境-表現手法と視覚効果を考慮した Error-Based Simulation の制御-. *教育システム情報学会誌*, **18** (2001) 364-376

[堀口 02] 堀口知也, 平嶋宗: 誤りの修正を支援するシミュレーション環境-誤り原因の示唆性を考慮した Error-Based Simulation の制御-. *人工知能学会誌*, **17** (2002) 462-472

[Horiguchi 05] Horiguchi, T., Hirashima, T., Okamoto, M.: Conceptual Changes in Learning Mechanics by Error-based Simulation. *Proc. of ICCE2005* (2005) 138-145

[Liew 05] Liew, C., Shapiro, J., and Smith, D.: What Is the Student Referring to? - Mapping Properties and Concepts in Students' Systems of Physics Equations. *Proc. of AIED2005*, (2005) 160-167

[Perkinson 84] Perkinson, H.J.: Learning From Our Mistakes: Reinterpretation of Twentieth Century Educational Theory. Greenwood Press (1984) (邦訳: 平野・五十嵐・中山訳「誤りから学ぶ教育 に向けて」(勁草書房))

[Shapiro 05] Shapiro, J.: An Algebra Subsystem for Diagnosing Students' Input in a Physics Tutoring System. *Int. J. of Artificial Intelligence in Education*, **15** (2005) 205-228

[成田 70] 成田 誠之助: システム工学の手法. コロナ社 (1970)

[Wenger 90] Wenger, E.: Artificial Intelligence and Tutoring Systems: Computational and Cognitive Approaches to the Communication of Knowledge. Morgan Kaufmann (1990)